

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ANÁLISE DE SOLUÇÕES DAS
EQUAÇÕES DA REDE ELÉTRICA
SOB CONDIÇÕES CRÍTICAS
DE CARREGAMENTO**

“Dissertação submetida como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica”

FILIBERTO SOTO ENCINAS

FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 1999

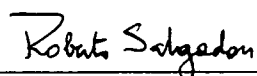
ANÁLISE DE SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DA REDE ELÉTRICA
SOB CONDIÇÕES CRÍTICAS DE CARREGAMENTO

FILIBERTO SOTO ENCINAS

“Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de

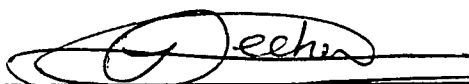
Mestre em Engenharia Elétrica,
Área de Concentração em Sistemas de Potência,

e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação”



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

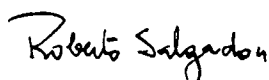
Orientador



Prof. Ildemar Cassana Decker, D.Sc.

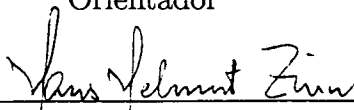
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA:

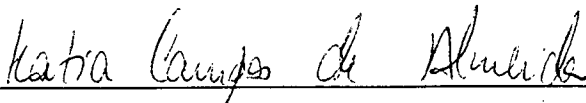


Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

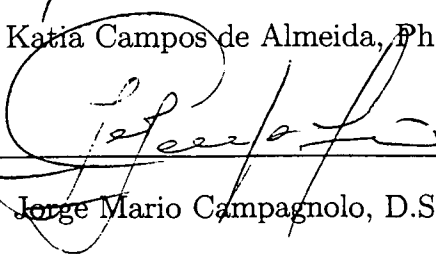
Orientador



Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.



Prof^a. Katia Campos de Almeida, Ph.D.



Prof. Jorge Mario Campagnolo, D.Sc.

Aos meus pais:

Francisco (in memoriam)
e Bertha,
pela minha existência.

Agradecimentos

Ao professor, orientador e amigo Roberto Salgado, pela confiança depositada na minha pessoa e apoio demonstrados ao longo do trabalho.

A todos os professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC que contribuíram na minha formação, em especial aos professores Simões e Hans que me proporcionaram um grande crescimento pessoal e profissional.

À Banca Examinadora pelas críticas e sugestões que melhoraram a edição final do trabalho.

Aos colegas e amigos Luciano V. Barboza e Edgardo D. Castronuovo, pelas valiosas discussões a respeito de nossos trabalhos.

A todos os colegas, funcionários e amigos do mestrado e doutorado pelas horas de convívio dentro e fora da Universidade, em especial aos colegas do LCMI.

A minha família, irmãos, sobrinhos e amigos pelo incentivo.

À CAPES pelo suporte financeiro.

Resumo

A instabilidade e o colapso de tensão são fenômenos que podem ocorrer quando o sistema de potência é submetido a uma contingência severa, sob condições próximas do seu carregamento máximo. Nessa condição, há extrema dificuldade em se obter soluções reais para as equações da rede elétrica, principalmente se programas de fluxo de potência convencionais são utilizados.

Neste trabalho, a obtenção de soluções reais para as equações do fluxo de potência é analiticamente modelada como um problema de mínimos quadrados não-linear sujeito a restrições de igualdade. A solução deste problema de otimização fornece um vetor de incrementos nas injeções de potência, o qual indica as modificações na demanda do sistema que garantem o retorno à região das soluções reais do fluxo de potência. Mostra-se que o autovetor à esquerda correspondente ao autovalor zero da matriz Jacobiana singular, é obtido como um subproduto do processo de otimização. Este vetor, por sua vez, é utilizado para identificar os nós mais propensos ao colapso de tensão, e para analisar a possibilidade de compensação de potência reativa.

Com o objetivo de simplificar a formulação do problema de otimização, apenas as equações do fluxo de potência em regime permanente são consideradas. Mostra-se que a partir da solução alcançada, é possível utilizar métodos aproximados para melhorar a qualidade da solução em termos de magnitude das tensões.

Resultados numéricos obtidos com um sistema teste padrão e com um sistema equivalente da região sul-sudeste brasileira ilustram as características da metodologia proposta.

Abstract

Voltage instability and voltage collapse are phenomena which can occur whenever the power system is subject to severe contingencies, under conditions close to its maximum loadability. In this situation, there is an extreme difficulty in solving the steady state network equations, mainly if conventional load flow programs are used.

In this work, the determination of real solutions to the power flow equations is analytically modelled as a nonlinear least squares problem subject to equality constraints. The solution of this problem provides a vector of power increments, which indicates the load modifications that assure the return to the region of the real solutions of the load flow equations. It is shown, that the left eigenvector associated with the zero eigenvalue of the singular Jacobian matrix is obtained as a by-product of the optimization process. The components of this vector can be used to identify the nodes prone to the voltage collapse and also to analyze the possibility of reactive power compensation.

Aiming at simplifying the formulation of the optimization problem, only the steady state power flow equations are considered. It is shown that approximate methods can be used to improve the quality of the solution of this optimization problem in terms of voltage magnitude.

Numerical results obtained with a standard test system and with an equivalent network of the Brazilian Southern-Southeastern region illustrate the main features of the proposed methodology.

Resumen

La inestabilidad y el colapso de tensión son fenómenos que pueden ocurrir cuando el sistema de potencia es sometido a una contingencia severa, en condiciones próximas de su cargamento máximo. En esta condición, la obtención de soluciones reales para las ecuaciones de la red eléctrica es extremadamente difícil, principalmente si programas convencionales de flujos de potencia son utilizados.

En este trabajo, la obtención de soluciones reales para las ecuaciones del flujo de potencia es analíticamente modelada como un problema de mínimos cuadrados no-lineal sujeto a restricciones de igualdad. La solución de este problema de optimización proporciona un vector de incrementos en las inyecciones de potencia, el cual indica las modificaciones en la demanda del sistema que garantizan el retorno a la región de soluciones reales del flujo de potencia. Se demuestra que, el autovector a izquierda correspondiente al autovalor cero de la matriz Jacobiana singular es obtenido como un subproducto del proceso de optimización. Este vector a su vez, es utilizado para identificar las barras más propensas al colapso de tensión y para analizar la posibilidad de compensación de potencia reactiva.

Con el objetivo de simplificar la formulación del problema de optimización, únicamente las ecuaciones del flujo de potencia en régimen permanente son consideradas. Se demuestra que a partir de la solución alcanzada, es posible utilizar métodos aproximados para mejorar la calidad de la solución en términos de magnitud de las tensiones.

Resultados numéricos obtenidos con un sistema de prueba patrón y con un sistema equivalente de la región sud-sudeste brasileña ilustran las características de la metodología propuesta.

Sumário

1	Introdução	1
2	Colapso de Tensão e Soluções Corretivas	5
2.1	Definições Básicas	5
2.2	Equações do Fluxo de Potência	9
2.2.1	O Método de Newton-Raphson	10
2.2.2	O Uso do Multiplicador Ótimo	12
2.3	Métodos para Obtenção do Ponto Crítico de Carregamento	15
2.3.1	Método Baseado na Direção Fornecida pelos Autovetores - I .	15
2.3.2	Método Baseado na Direção Fornecida pelos Autovetores - II .	18
2.3.3	Método Baseado no Algoritmo de Pontos Interiores	21
3	Metodologia Proposta	25
3.1	Formulação Analítica	25
3.1.1	Condições de Otimalidade de Primeira Ordem	27
3.1.2	Condições de Otimalidade de Segunda Ordem	28
3.2	Formulação em Termos das variáveis de Sistemas de Potência	29
3.2.1	Função Objetivo	29
3.2.2	Restrições de Igualdade	30
3.2.3	Variáveis da Otimização	31
3.2.4	Limites de Potência Reativa de Geração	32
3.3	Algoritmo de Solução	34
3.3.1	Propriedades da Matriz Hessiana W e Convergência do Método de Newton	35
3.3.2	Estratégias para a Melhoria da Convergência	36

3.4	Autovetor à Esquerda e Vetor Normal	38
3.4.1	Corte de Carga	41
3.4.2	Multiplicadores de Lagrange	42
3.5	Análise de Sensibilidade na Superfície Σ	43
3.5.1	Melhoria do Ponto de Operação	43
4	Resultados Numéricos	47
4.1	Sistema Ward-Hale de 6 Barras	47
4.1.1	Análise de Convergência Desconsiderando Limites de Potência Reativa	48
4.1.2	Análise das Medidas Corretivas Desconsiderando Limites de Potência Reativa	58
4.1.3	Análise da Solução Crítica Desconsiderando Limites de Potência Reativa	60
4.1.4	Análise de Convergência Considerando Limites de Potência Reativa	62
4.1.5	Análise das Medidas Corretivas Considerando Limites de Potência Reativa	65
4.1.6	Análise da Solução Crítica Considerando Limites de Potência Reativa	66
4.2	Sistema Reduzido Sul-Sudeste Brasileiro de 176 Barras	68
4.2.1	Análise da Solução sem Consideração dos Limites de Potência Reativa	68
4.2.2	Adoção de Medidas Corretivas sem Consideração dos Limites de Potência Reativa	70
4.2.3	Análise da Solução Considerando Limites de Potência Reativa	71
4.2.4	Adoção das Medidas Corretivas Considerando Limites de Potência Reativa	73
4.3	Conclusão	74
5	Conclusões	76
5.1	Sugestões para Futuros Trabalhos	78
A	Formulação Matricial do Problema	84

B	Dados dos Sistemas Teste	94
B.1	Sistema Ward-Hale	94
B.2	Sistema Sul-Sudeste Brasileiro	96

Lista de Figuras

2.1	Regiões no espaço dos parâmetros	7
2.2	Magnitude da tensão vs. potência ativa	8
2.3	Vetor normal no espaço dos parâmetros	17
3.1	Vetor normal à superfície Σ	40
4.1	Magnitude da tensão vs. número de barra sem os limites de Q_G . . .	70
4.2	Magnitude da tensão vs. número de barra com os limites de Q_G . . .	73
B.1	Diagrama Unifilar do Sistema Ward-Hale	94

Lista de Tabelas

4.1	Processo iterativo para o Caso Base	49
4.2	Resultados do Programa para o Caso Base	50
4.3	Iterações para o Caso Inviável Próximo à Fronteira	51
4.4	Autovalores de w_{11} no espaço nulo de J_2	52
4.5	Resultados para o Caso Inviável Próximo à Fronteira	53
4.6	Autovetor à esquerda da Jacobiana Singular	53
4.7	Iterações para o Caso Inviável Distante da Fronteira	55
4.8	Autovalores de w_{11} no espaço nulo de J_2	56
4.9	Resultados para o Caso Inviável Distante da Fronteira	56
4.10	Autovetor à esquerda da Jacobiana Singular	57
4.11	Resultados após o Corte Preliminar	58
4.12	Resultados após o Corte Preliminar	59
4.13	Resultados após o Corte Adicional	61
4.14	Tensões obtidas através da Análise de Sensibilidade	61
4.15	Caso Inviável considerando limites de Q_G	62
4.16	Autovalores de w_{11} no espaço nulo de J_2	63
4.17	Resultados para o Caso Inviável considerando limites de Q_G	64
4.18	Autovetor à esquerda da Jacobiana Singular	64
4.19	Resultados após o Corte Preliminar	66
4.20	Resultados após o Corte Adicional	67
4.21	Tensões obtidas através da Análise de Sensibilidade	67
4.22	Processo iterativo desconsiderando a Q_G	69
4.23	Processo iterativo considerando a Q_G	71
B.1	Dados de Geração para o Sistema Ward-Hale	94

B.2	Dados de Demanda para o Sistema Ward-Hale	95
B.3	Dados de Linhas para o Sistema Ward-Hale	95
B.4	Dados de Geração para o Sistema Sul-Sudeste Brasileiro	96
B.5	Dados de Demanda para o Sistema Sul-Sudeste Brasileiro	97
B.6	Dados de Linhas para o Sistema Sul-Sudeste Brasileiro	102

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas, os sistemas elétricos de potência (SEP) têm operado frequentemente sobrecarregados, devido ao crescimento natural da demanda e às necessidades cada vez maiores de transferência de potência entre concessionárias de energia elétrica. Ao mesmo tempo, restrições econômicas e ambientais¹ limitam a instalação de novos equipamentos de geração e transmissão, necessários à expansão dos sistemas de potência.

Estes fatores têm resultado em uma necessidade cada vez maior de operar as redes elétricas sob condições limite no que diz respeito à carga a ser atendida e ao funcionamento dos equipamentos constituintes do sistema. Nesta situação, tanto a *confiabilidade* quanto a *qualidade de serviço* e a *segurança do sistema* ficam comprometidas. Isto é, a continuidade de suprimento de energia em níveis adequados de tensão não é assegurada, assim como cresce substancialmente o número de contingências que deterioram as condições de operação, e resultam em casos críticos, onde inclusive as *equações do fluxo de potência não têm soluções reais* [28], [29].

O caso das *equações não lineares* do fluxo de potência sem soluções reais, representa a existência de condições críticas nas redes elétricas, referenciadas como *pontos*

¹Restrições econômicas implicam investimento de capital na construção de novas linhas de transmissão e/ou na instalação de novas unidades de geração. Por sua vez, as restrições ambientais implicam a redução dos níveis de emissão de óxidos de enxofre, carvão e nitrogênio (SO₂, CO₂ e NO_x) das unidades térmicas de geração.

de operação não viáveis. A operação nestes pontos pode ocasionar problemas de instabilidade (e eventualmente colapso) de tensão.

Devido a este fato, a determinação de soluções das equações da rede elétrica em regime permanente sob condições limite de carregamento, tem recebido nas últimas décadas particular atenção. Em especial, estudos têm sido dedicados ao caso onde as equações do fluxo de potência não têm soluções reais; ou se possuem soluções reais, estas são difíceis de serem numericamente determinadas, principalmente em razão da falta de robustez dos algoritmos utilizados [33].

Situações onde as equações do fluxo de potência não têm soluções reais representam os cenários mais severos para a viabilidade da operação das redes elétricas. É portanto essencial o desenvolvimento de *metodologias computacionais confiáveis, rápidas e robustas*, que forneçam as medidas corretivas mais adequadas nas variáveis de controle e na demanda do sistema, de forma a conduzir o mesmo até o ponto de operação viável mais próximo; isto é, a região onde as equações do fluxo de potência têm soluções reais.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia computacional com características de *precisão, robustez e confiabilidade* satisfatórias, para a obtenção de soluções das equações da rede elétrica sob condições críticas de carregamento. Para isto, a determinação da solução das equações não lineares da rede elétrica é formulada analiticamente como um *problema de mínimos quadrados não linear* sujeito a *restrições de igualdade*. Nesta modelagem, a função objetivo é representada pela soma quadrática das equações de balanço de potência ativa e reativa nas barras potencialmente sujeitas ao corte de carga, e as restrições de igualdade são constituídas pelas equações de balanço de potencia ativa e reativa nas barras onde não pode haver corte de carga (barras de transferência e/ou barras sujeitas a um contrato fixo de venda de energia, por exemplo). Este *problema de otimização*, caracteristicamente *não linear* e sujeito apenas a restrições de igualdade, é resolvido pelo **método de Newton**. Em termos de operação do sistema de potência, o objetivo é obter a *solução viável mais próxima*, isto é, com o *mínimo corte de carga* possível.

Visando facilitar a aplicação do algoritmo de otimização, o qual idealmente requer uma função objetivo representada por uma *função quadrática*, as equações do fluxo de potência são expressas em *coordenadas cartesianas*, pois nesta forma as expressões analíticas correspondentes às equações do fluxo de potência podem ser escritas como formas quadráticas [6], [8].

Na formulação proposta, observa-se que na solução do problema de otimização os desbalanços de potência ativa e reativa nas barras sujeitas ao corte de carga e os multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade constituem o *autovetor à esquerda* associado ao *autovalor zero* da matriz Jacobiana singular das equações do fluxo de potência convencional. Ainda no ponto de solução, é obtido um *vetor normal* que indica as mudanças mais eficientes nos controles do sistema elétrico, os quais permitem o retorno à região das soluções viáveis do fluxo de potência. Após a volta à região das soluções viáveis, qualquer violação nos limites operacionais pode ser removida utilizando a análise de sensibilidade [23], [25], ou métodos convencionais de análise de segurança [28], [29], [30]. Adicionalmente, pode-se utilizar a informação fornecida pelo autovetor à esquerda para identificar os nós mais propensos ao colapso de tensão, referenciados na literatura como nós “fracos” da rede elétrica [15], e analisar a possibilidade de realizar compensação de potência reativa em diferentes pontos da rede elétrica.

Embora seja possível utilizar programas de *fluxo de potência ótimo* (FPO) para analisar o problema de determinação das soluções viáveis, dificuldades associadas à dimensão do problema de FPO motivam a busca de uma abordagem simplificada, baseada apenas nas equações do balanço de potência e nas limitações físicas dos equipamentos do sistema de potência. Programas computacionais de fluxo de potência convencional baseados no método de Newton-Raphson são amplamente utilizados nos centros de operação e planejamento das redes elétricas, por serem considerados na indústria de energia elétrica como ferramentas numéricas de fácil utilização.

Neste trabalho, propõe-se o desenvolvimento de um *método* que combina as características de *simplicidade* das formulações do problema de fluxo de potência convencional e de *eficiência dos algoritmos de otimização* utilizados na solução do

problema de FPO. De fato, o método proposto corresponde a um *tipo especial de fluxo de potência ótimo* [33], baseado na estratégia sugerida em [36].

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos e dois apêndices, os quais são sucintamente descritos a seguir, na ordem seqüencial.

No primeiro capítulo, são apresentados os casos mais frequentes onde as equações não lineares do fluxo de potência em regime permanente não têm soluções reais, bem como os objetivos pretendidos no trabalho, em termos de medidas corretivas.

No capítulo dois, com o intuito de compreender melhor o problema da não existência de soluções reais das equações do fluxo de potência, inicialmente são apresentadas definições de instabilidade e colapso de tensão. A seguir, é feita uma revisão bibliográfica dos métodos que propõem estratégias para a determinação de soluções reais.

No capítulo três, inicialmente é mostrada a formulação geral do problema em termos de variáveis genéricas. A seguir, a modelagem em termos das variáveis dos sistemas de potência é apresentada. Adicionalmente, descreve-se a inclusão de um controle de passo no método de Newton para evitar a divergência do processo iterativo. Por último, apresenta-se um método de análise de sensibilidade para os pontos próximos à região de singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência.

No capítulo quatro, aplica-se metodologia proposta a dois sistemas-teste: o sistema padrão Ward-Hale de 6 barras e um sistema equivalente de 176 barras, correspondente à região sul-sudeste brasileira. Os resultados obtidos com estes sistemas ilustram o potencial e as limitações da metodologia proposta.

No capítulo cinco, são apresentadas as principais conclusões obtidas e são sugeridos temas para a continuidade da pesquisa nesta área.

Complementam-se os capítulos mencionados nos apêndices A e B. No apêndice A, um exemplo numérico é apresentado com finalidade didática. Finalmente, no apêndice B são apresentados os dados dos sistemas-teste utilizados no trabalho.

Capítulo 2

Colapso de Tensão e Soluções Corretivas

Neste capítulo, visando enfatizar as características adequadas à formulação para a aplicação do método de Newton de otimização, inicialmente se apresenta a formulação matemática do problema de fluxo de potência em coordenadas cartesianas. Posteriormente, são descritas duas estratégias de solução para o problema do fluxo de potência. A primeira é o método de Newton-Raphson na sua forma convencional. A segunda é a extensão deste método para prevenir a divergência do processo iterativo através do uso do chamado *multiplicador ótimo*. São ainda apresentados alguns métodos de análise do problema de colapso de tensão, os quais propõem estratégias para alcançar à região onde as equações do fluxo de potência têm soluções reais.

2.1 Definições Básicas

Antes de apresentar o problema da não existência de soluções reais para as equações do fluxo de potência, é necessário apresentar definições de termos que serão freqüentemente referenciados ao longo do trabalho, e que facilitarão a compreensão do mesmo.

- **Estabilidade de Sistemas de Potência:** é a propriedade de um sistema de potência que permite mantê-lo em um estado de equilíbrio sob condições normais de operação, e realçar um estado aceitável de equilíbrio após estar sujeito a uma contingência¹.

- **Estabilidade e Instabilidade de Tensão:**

Estabilidade de tensão é a capacidade de um sistema de potência de manter magnitudes de tensão aceitáveis em todas as barras no sistema sob condições normais de operação ou após estar sujeito a uma contingência.

Um sistema de potência é *instável* sob o ponto de vista de tensão, quando uma contingência produz uma queda progressiva e incontrolável na magnitude da tensão [18]. Em geral, o fator principal causador dessa instabilidade é a incapacidade do sistema de atender a *demanda de potência reativa*.

- **Colapso de Tensão:** um sistema de potência é considerado estar em um estado de colapso de tensão se como resultado de uma sequência de eventos que acompanham a instabilidade de tensão, as magnitudes de tensão decrescem a níveis inaceitavelmente baixos [18]. O colapso pode ser parcial ou total. Quando o colapso é total, o sistema é dito ter sido sujeito a um *blackout*.
- **Região Viável ou Região das Soluções Reais:** é o conjunto de pontos no espaço dos parâmetros onde as equações do fluxo de potência têm soluções reais [28]. Nesta região, quando todas as restrições operacionais do sistema² estão sendo respeitadas, diz-se que o sistema está no *estado normal de operação*; e quando algumas restrições operacionais estão sendo violadas, diz-se que o sistema está no *estado de emergência* [14], [28], [35]. Naturalmente, é desejável que o sistema permaneça na região viável e no estado normal permanentemente. Porém, devem ser previstas as situações onde o mesmo opera no estado de emergência durante curtos períodos de tempo, até que medidas corretivas sejam tomadas para levá-lo ao estado normal.

¹Contingência, perturbação ou distúrbio é uma alteração ou uma sequência de alterações nos parâmetros do sistema: geração, carga, impedância, etc.

²São restrições operacionais, os limites de operação de linhas de transmissão, transformadores, geradores, etc.

- **Região Inviável ou Região sem Soluções Reais:** é o conjunto de pontos onde as equações do fluxo de potência não têm soluções reais [28]. Naturalmente, a operação de sistemas de potência na região inviável não é possível, a menos que modificações nas variáveis de controle e/ou parâmetros sejam realizadas. Neste trabalho, a superfície de fronteira que separa as regiões viável e não-viável é denotada por Σ . Nesta superfície, é fato conhecido que a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência é singular [21], [24].

As três regiões de solução das equações do fluxo de potência no espaço multidimensional dos parâmetros [28], [35], são ilustradas na figura 2.1.

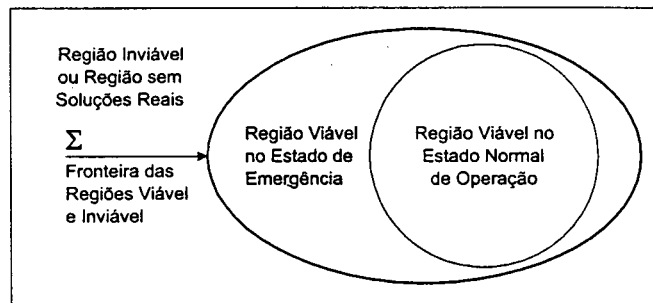


Figura 2.1: Regiões no espaço dos parâmetros

Desde que problemas de instabilidade da tensão estão fortemente relacionados às condições de operação próximos aos limites de máximo carregamento, é necessário estudar as características das curvas P-V da figura 2.2. Esta figura representa a variação da magnitude de tensão em uma barra em função do nível de carregamento da barra.

A partir desta curva [18], observa-se que:

1. Para cada especificação de carga P^{esp} existem duas soluções reais; quer dizer, dois níveis de tensão;
2. Embora teoricamente possível, na prática não se opera na parte inferior da curva, pois isto exigiria altos valores de corrente;

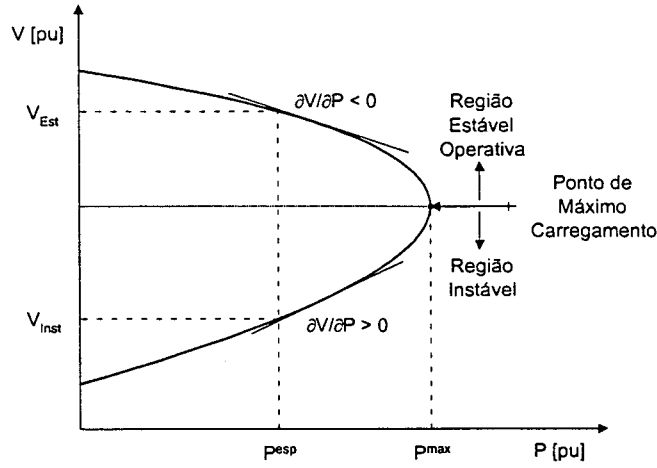


Figura 2.2: Magnitude da tensão vs. potência ativa

3. Na *região estável* ($\partial V / \partial P < 0$), um aumento de carga resulta em uma diminuição na tensão da barra. Entretanto, na *região instável* ($\partial V / \partial P > 0$), um aumento de carga resulta em um aumento na tensão da barra;
4. Nos pontos próximos ao limite de máximo carregamento, as duas soluções das equações do fluxo de potência se aproximam uma da outra, até que no ponto de máximo carregamento coalescem em uma única solução;
5. No ponto de máximo carregamento, a sensibilidade $(\partial P / \partial V)^{-1}$ tende ao infinito; conseqüentemente, uma pequena variação em P causará uma variação infinita em V . Neste ponto, a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência é singular.

Em resumo, dependendo dos níveis de carga especificados, as equações do fluxo de potência admitem múltiplas soluções (região viável) [10], [16], uma solução (na fronteira Σ) [28], [29], ou nenhuma solução (região inviável) [28], [29].

2.2 Equações do Fluxo de Potência

A tensão nas barras do sistema elétrico expressa em coordenadas cartesianas é dada por

$$E_i = e_i + j f_i \quad (2.1)$$

Seja o elemento da matriz admitância correspondente à linha que conecta às barras i e k expresso como

$$Y_{ik} = G_{ik} + j B_{ik} \quad (2.2)$$

A injeção de potência complexa na barra i , é dada por

$$S_i = P_i + j Q_i = E_i \sum_{k=1}^n (Y_{ik} E_k)^* \quad (2.3)$$

Separando a potência complexa em suas componentes ativa e reativa, obtém-se

$$P_i = e_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} e_k - B_{ik} f_k) + f_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} f_k + B_{ik} e_k) \quad (2.4)$$

$$Q_i = f_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} e_k - B_{ik} f_k) - e_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} f_k + B_{ik} e_k) \quad (2.5)$$

O módulo da tensão na barra i , é dado por

$$V_i^2 = e_i^2 + f_i^2 \quad (2.6)$$

Com base nas equações (2.4), (2.5) e (2.6), é possível demonstrar que as equações do fluxo de potência, com a tensão expressa em coordenadas cartesianas, são expressões quadráticas em e e f [6], [8].

O problema de determinação do fluxo de potência pode ser visto numericamente como a solução de um sistema de equações algébricas não-lineares, para o qual um método iterativo é requerido. O método de Newton-Raphson aplicado às equações não-lineares da rede elétrica em coordenadas cartesianas é mostrado a seguir.

2.2.1 O Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson utiliza a expansão em série de Taylor das equações do balanço de potência e módulo da tensão,

$$\Delta P_i^k = P_i^{esp} - P_i^k \quad (2.7)$$

$$\Delta Q_i^k = Q_i^{esp} - Q_i^k \quad (2.8)$$

$$\Delta (V_i^k)^2 = (V_i^{esp})^2 - (e_i^k)^2 - (f_i^k)^2 \quad (2.9)$$

em torno do ponto (e^0, f^0) , ao longo da direção $(\Delta e, \Delta f)$, até o termo de primeira ordem. O sistema linear resultante, expresso em forma matricial³, é dado por

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P / \partial e & \partial P / \partial f \\ \partial Q / \partial e & \partial Q / \partial f \\ \partial V^2 / \partial e & \partial V^2 / \partial f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

onde,

$$J = \begin{bmatrix} \partial P / \partial e & \partial P / \partial f \\ \partial Q / \partial e & \partial Q / \partial f \\ \partial V^2 / \partial e & \partial V^2 / \partial f \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

é a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência.

Sob condições normais de operação, a matriz J do sistema linear (2.10) em geral não apresenta problemas de condicionamento numérico, e o método de Newton-Raphson converge à solução em poucas iterações, independentemente do tamanho do sistema. Porém, sob certas circunstâncias (quando a demanda no sistema é demasiadamente elevada, por exemplo), o *número de condicionamento da matriz Jacobiana* se deteriora, o que conseqüentemente pode retardar a convergência, ou mesmo resultar em divergência do processo iterativo.

³Onde ΔP é considerada nas barras de geração e carga, ΔQ é considerada nas barras de carga, e ΔV^2 é considerada nas barras de geração.

Formalmente, o número de condicionamento de uma matriz A pode ser definido como

$$\kappa(A) = \sigma_{\max}/\sigma_{\min} \quad (2.12)$$

onde, σ_{\max} e σ_{\min} são respectivamente o máximo e mínimo valor singular de A .

Este número mede a sensibilidade das soluções do sistema linear $Ax = b$ para pequenas perturbações em A e/ou b . Uma matriz é singular se o seu número de condicionamento é infinito e é considerada numericamente mal-condicionada quando o seu número de condicionamento é muito grande; isto é, se o valor de $1/\kappa(A)$ se aproxima da precisão do ponto flutuante da máquina (por exemplo, menor do que 10^{-8} para precisão simples e 10^{-16} para precisão dupla) [20]. Em sistemas lineares mal-condicionados, pequenas mudanças em A e/ou b causam grandes variações em x [8], [19], [20].

Para modelos estáticos de carga do tipo potência constante⁴, a singularidade da matriz Jacobiana coincide com pontos correspondentes ao máximo carregamento do sistema [31], [33], [34]. Estes pontos são conhecidos como pontos de bifurcação do tipo sela-nó⁵, e pertencem à fronteira Σ que separa as regiões viável (das soluções reais) e não-viável (onde não existem soluções reais) das equações do fluxo de potência. Naturalmente, o método de Newton-Raphson convencional apresenta dificuldades para convergir em pontos próximos da região de fronteira. Neste sentido, várias modificações no método convencional têm sido propostas na literatura, entre as quais se destacam as abordagens que utilizam um fator de amortecimento [15] e um multiplicador ótimo [8] para prevenir a divergência do processo iterativo. Esta última abordagem é descrita a seguir.

⁴Outros modelos de carga utilizados na análise do colapso de tensão, são: impedância constante, corrente constante, ou uma combinação destes tipos. Ainda existe muita controvérsia com relação ao modelo de carga mais apropriado para o estudo do colapso de tensão [18], [31]. Com isto, restringiremos nossa análise a modelos do tipo potência constante.

⁵Em sistemas dinâmicos há varios tipos de bifurcações: sela-nó, transcritical, Hopf, etc. No estudo do colapso de tensão sob o aspecto estático, a bifurcação do tipo sela-nó é a de maior interesse [34].

2.2.2 O Uso do Multiplicador Ótimo

Baseado nos trabalhos originais de Wallach [1] e Sasson [2], [3], [4], em [8] o problema do fluxo de potência é estendido para incluir um problema de programação não-linear uni-dimensional, no qual um multiplicador ótimo é calculado para modificar a correção nas variáveis do fluxo de potência a cada iteração, e simultaneamente minimizar uma função objetivo constituída pelos quadrados dos desbalanços de potência.

Seja $\Delta S(x) = [S^{esp} - s(x)]$ o vetor dos desbalanços de potência que representam as equações da rede elétrica em regime permanente, com $s(x)$ sendo o vetor das funções não-lineares correspondentes às injeções de potência segundo as equações (2.4) e (2.5). O método proposto em [8], tira proveito do fato de que *as equações do fluxo de potência em coordenadas cartesianas são formas quadráticas*, e portanto a sua expansão em série de Taylor, em torno de x^0 , na direção Δx , e até o termo de segunda ordem é exata [8], e tem a forma

$$\Delta S(x^0 + \Delta x) = [S^{esp} - s(x^0) - J\Delta x - s(\Delta x)] = 0 \quad (2.13)$$

onde, x^0 é a estimativa inicial de $x = (e, f)$, isto é, o ponto no qual é feita a expansão; S^{esp} é o vetor das potências especificadas nas barras; $s(x^0)$ é o vetor das potências calculadas no ponto onde é feita a expansão; $s(\Delta x)$ é o vetor das potências ativa e reativa expressas como função da correção Δx .

No método convencional de Newton-Raphson, o termo $s(\Delta x)$ é desconsiderado e o vetor de estado na iteração $k + 1$, é dado por

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x \quad (2.14)$$

Na abordagem que propõe o uso do multiplicador ótimo, o vetor de estado na iteração $k + 1$, é expresso como

$$x^{k+1} = x^k + \mu \Delta x \quad (2.15)$$

onde o fator μ é chamado *multiplicador ótimo*. Este fator é calculado de forma a

resolver o seguinte problema de otimização uni-dimensional:

$$\min f(x) = \frac{1}{2} [S^{esp} - s(x + \mu\Delta x)]^T [S^{esp} - s(x + \mu\Delta x)] \quad (2.16)$$

sendo $f(x)$ uma função quadrática dos desbalanços de potência.

Aplicando o fator μ no vetor de correção da equação (2.13), obtém-se

$$[S^{esp} - s(x^0) - \mu J\Delta x - \mu^2 s(\Delta x)] = 0 \quad (2.17)$$

ou seja,

$$a + \mu b + \mu^2 c = 0 \quad (2.18)$$

onde,

$$\begin{aligned} a &= [S^{esp} - s(x^0)] \\ b &= -J\Delta x \\ c &= -s(\Delta x) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Substituindo (2.18) em (2.16), e aplicando a condição de otimalidade de primeira ordem $\partial f / \partial \mu = 0$, obtém-se o valor ótimo do fator μ , resolvendo-se a seguinte equação cúbica:

$$g_0 + g_1\mu + g_2\mu^2 + g_3\mu^3 = 0 \quad (2.20)$$

onde,

$$\begin{aligned} g_0 &= a^T b; & g_1 &= b^T b + 2a^T c \\ g_2 &= 3b^T c; & g_3 &= 2c^T c \end{aligned} \quad (2.21)$$

Deve ser observado que g_0 , g_1 , g_2 e g_3 são grandezas escalares, e portanto a determinação de μ consiste de fato na solução de uma equação cúbica de relativa simplicidade.

Para sistemas de equações numericamente bem condicionados, em geral μ apresenta valores em torno de 1.0. Porém, para sistemas com condicionamento numérico deteriorado μ tem valores menores do que 1.0. No caso das equações do fluxo de

potência sem soluções reais, μ tende para zero [8], indicando que a solução atual x não pode ser melhorada na direção de Δx em (2.16).

O processo iterativo de solução das equações do fluxo de potência utilizando o multiplicador ótimo, pode ser sumarizado nos passos descritos a seguir:

1. Para $k = 0$, escolher estimativa inicial de x^k ;
2. Calcular os desvios de potência ativa e reativa através das equações (2.13). Se a norma infinita dos desvios $\Delta S(x)$ for menor do que uma tolerância pré-especificada, encerrar o processo; caso contrário, prosseguir ao próximo passo;
3. Fazer $k = k + 1$ e realizar uma iteração do processo de solução do fluxo de potência convencional (2.10) para obter Δx ;
4. Calcular os coeficientes a , b e c de (2.19);
5. Calcular os coeficientes g_0 , g_1 , g_2 e g_3 de (2.21);
6. Calcular o fator μ resolvendo a equação cúbica (2.20). Se o valor de μ for menor do que uma tolerância pré-especificada, encerrar o processo; caso contrário, prosseguir para o próximo passo;
7. Atualizar o vetor $x^{k+1} = x^k + \mu \Delta x$ e retornar ao passo 2.

A inserção dos passos 4, 5 e 6 no programa convencional de fluxo de potência, representa um esforço computacional adicional muito pequeno. Além disso, a introdução do multiplicador ótimo não altera os procedimentos convencionais de consideração de controles e limites no problema do fluxo de potência, tais como controle de tap de transformadores e limites de geração de potência reativa nas barras de geração.

2.3 Métodos para Obtenção do Ponto Crítico de Carregamento

As metodologias descritas a seguir, têm como objetivo principal a determinação de pontos críticos de demanda em relação a um especificado carregamento do sistema de potência. Duas condições são analisadas: a primeira é relativa a uma demanda especificada, para a qual o fluxo de potência possui soluções reais. Neste caso, é possível determinar o ponto crítico de carregamento mais próximo, dispondo ou não de uma direção pré-definida de carregamento. A segunda diz respeito a uma condição de carga para a qual as equações do fluxo de potência não têm soluções reais. Nesta situação, deseja-se determinar o ponto mais próximo para o qual a solução real das equações do fluxo de potência existe. Em [21] e [28], foram propostas duas estratégias, as quais fornecem medidas corretivas que permitem voltar à região onde as equações do fluxo de potência têm soluções reais. Em [31], foi proposto um método de análise da direção de máximo carregamento a partir de uma condição interior à região das soluções viáveis.

Estas metodologias são apresentadas de maneira sucinta a seguir; e serão referenciadas como métodos I e II baseados na direção fornecida pelos autovetores, e método de Pontos Interiores.

2.3.1 Método Baseado na Direção Fornecida pelos Autovetores - I

Nesta abordagem, é suposto que as mudanças nos parâmetros do sistema transcorrem lentamente, até que uma bifurcação do tipo sela-nó é atingida, ponto no qual a matriz Jacobiana associada às equações do fluxo de potência se torna singular.

Em termos analíticos, é suposto que o sistema dinâmico é governado por um sistema de equações diferenciais expresso como

$$\dot{x} = f(x, s(t)) \quad (2.22)$$

onde, x é o vetor das variáveis de estado (magnitude e ângulo das tensões nas barras); $s(t)$ é o vetor dos parâmetros do sistema, tipicamente a potência ativa e reativa da carga, que variam em função do tempo t .

No estado de operação normal, o sistema tem equilíbrio estável x_0 e todos os autovalores da matriz Jacobiana de $f(x, s(t))$ têm partes reais negativas. Isto significa que, as equações da rede elétrica em regime permanente têm soluções reais. Desde que, a demanda do sistema de potência representada por $s(t)$, varia lentamente em regime permanente, as equações do fluxo de potência podem ser interpretadas como uma aproximação da equação (2.22) [5], [21], [24].

Assim sendo, o modelo estático do sistema antes da bifurcação é expresso como

$$f(x, s) = 0 \quad (2.23)$$

A bifurcação do tipo sela-nó consiste da união de dois estados de equilíbrio, um estável x_0 e outro instável x_1 , com perda de estabilidade do sistema⁶ [21], [24]. Nesta condição, o parâmetro crítico s é denotado por s^* , e o estado instável x é denotado por x^* .

No ponto de bifurcação, a matriz Jacobiana $J_x(x^*, s^*)$ da equação (2.23) é singular, e tem um único autovalor zero⁷ com correspondentes autovetor à direita v^* e autovetor à esquerda w^* [21], [24], de modo que

$$J_x(x^*, s^*)v^* = 0 \quad (2.24)$$

$$J_x^T(x^*, s^*)w^* = 0 \Rightarrow w^{*T}J_x(x^*, s^*) = 0 \quad (2.25)$$

O vetor v^* , define no espaço dos estados, a *direção inicial do colapso de tensão* [21]. Seguindo a direção de v^* , qualquer variável de estado pode entrar em colapso, este sendo mais severo nas barras com as componentes maiores em valor absoluto [21], [24].

⁶Sob o ponto de vista estático, o ponto de bifurcação do tipo sela-nó, coincide com o ponto onde se tem colapso de tensão. Portanto, estes termos são utilizados indistintamente.

⁷A existência de vários autovalores iguais a zero é possível, mas na prática a ocorrência de um único autovalor nulo é o caso mais frequente.

Denotando por Σ , a superfície formada pelo conjunto de pontos no espaço dos parâmetros s^* que mantém bifurcações do tipo sela-nó, o vetor normal a Σ em s^* , é dado por

$$n^* = w^{*T} J_s(x^*, s^*) \quad (2.26)$$

onde $J_s(x^*, s^*)$ é a matriz Jacobiana da equação (2.23) em relação às variáveis s .

Este vetor define no espaço dos parâmetros a direção ao longo da qual o colapso de tensão ocorre [21], [24].

Na figura 2.3, ilustra-se o vetor normal n^* em um espaço de parâmetros bidimensional correspondente a um sistema de potência de duas barras.

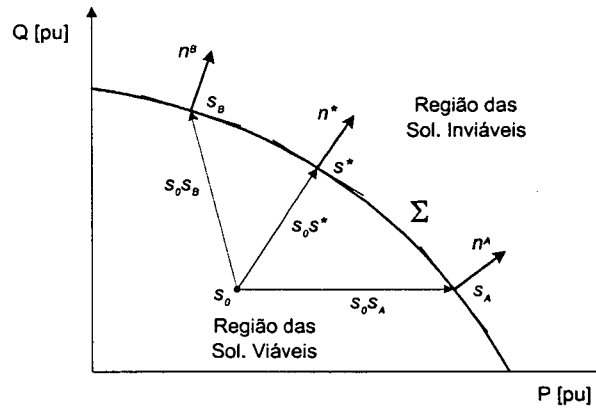


Figura 2.3: Vetor normal no espaço dos parâmetros

Nesta figura, o sistema encontra-se operando inicialmente no ponto s_0 , o qual é um ponto de operação estável. A partir deste ponto, o sistema é submetido a diferentes padrões de incremento de carga. Assim por exemplo, com incrementos de carga na direção de $s_0 s_A$ atinge-se o ponto s_A sobre a fronteira Σ ; e seguindo a direção de $s_0 s_B$ atinge-se o ponto s_B . Finalmente, incrementos de carga na direção do vetor $s_0 s^*$ atingem a fronteira no ponto s^* . Deve-se observar cuidadosamente, que direções de incrementos de carga seguindo $s_0 s^*$ são paralelos ao vetor normal n^* , e que esta direção define no espaço dos parâmetros, a direção ao longo da qual é atingido mais rapidamente um ponto na fronteira Σ . Isto é, s^* é o ponto de Σ mais próximo

do ponto de operação s_0 . Portanto, na operação dos sistemas elétricos, padrões de *incrementos de carga paralelos ao vetor normal devem ser evitados* (sempre que seja possível), para reduzir dessa forma eventuais casos de instabilidade e/ou colapso de tensão [24], [26].

A partir da figura 2.3 e baseado na característica do vetor n^* conclui-se que:

1. Na bifurcação, o vetor normal n^* pode ser utilizado para definir a *direção ótima de corte de carga*, no sentido de evitar o colapso de tensão. Cortes de carga correspondentes aos componentes maiores (em valor absoluto) do vetor n^* são os mais eficientes, porém nem sempre recomendáveis na prática;
2. O vetor s_0s^* com origem s_0 (ponto de operação) e término s^* (ponto de Σ mais próximo a s_0), define a direção da variação mais severa nos parâmetros que causam o colapso de tensão;
3. O comprimento $\|s^* - s_0\|_2$ é a mínima distância ao ponto de bifurcação;
4. O vetor s_0s^* é normal a Σ em s^* , e portanto paralelo ao vetor normal n^* .

2.3.2 Método Baseado na Direção Fornecida pelos Auto-vetores - II

Na abordagem apresentada em [28], a distância entre o ponto de operação para uma determinada demanda S^{esp} e o ponto de solução mais próximo sobre Σ , denotado $s(x^m)$, é tomada como uma medida do grau de não-solvabilidade das equações do fluxo de potência.

Expressando as tensões nodais em coordenadas cartesianas, neste método minimiza-se uma função objetivo definida como

$$f(x) = \frac{1}{2} [s(x) - S^{esp}]^T [s(x) - S^{esp}] \quad (2.27)$$

onde, $[s(x) - S^{esp}]$ é o vetor dos desbalanços de potência ativa e reativa nas barras;

S^{esp} é o vetor das potências ativa e reativa especificadas nas barras; x é o vetor das componentes real e imaginária da tensão nas barras.

Assim, $f(x)$ é sempre maior ou igual a zero para todo x , e é igual a zero apenas quando as equações do fluxo de potência têm soluções reais. Caso contrário, $f(x)$ tem um ponto de mínimo em x^m , sendo este considerado a *melhor solução possível* das equações do fluxo de potência sob o ponto de vista de mínimos desbalanços de potência entre a condição desejada e a condição real.

Sendo $S^m = s(x^m)$ o ponto sobre Σ que corresponde a x^m , demonstra-se que S^m é o ponto mais próximo de S^{esp} [28]. Portanto, a distância Euclideana entre os dois pontos,

$$d = \|S^m - S^{esp}\|_2 = \sqrt{[S^m - S^{esp}]^T [S^m - S^{esp}]} \quad (2.28)$$

é tomada como uma *medida do grau de não-solvabilidade* das equações do fluxo de potência.

Para a obtenção do ponto x^m , utiliza-se um processo iterativo de soluções de fluxo de carga baseado no método de Newton-Raphson com inclusão de multiplicadores [8], que previnem a divergência do problema de fluxo de potência em casos de mau-condicionamento numérico. Esse processo iterativo, tem as seguintes características:

- Quando o fluxo de potência não tem soluções reais, o método de Newton-Raphson modificado converge para x^* , onde a matriz Jacobiana $J(x^*)$ é singular;
- O ponto $s(x^*)$ está sobre Σ no espaço dos parâmetros. Porém, $x^m \neq x^*$;
- O autovetor à esquerda w^* associado ao autovalor zero da matriz Jacobiana $J(x^*)$, é perpendicular a Σ em $s(x^*)$;
- O autovetor à esquerda w^* é paralelo ao vetor normal n^* em $s(x^*)$.

Então, a projeção do vetor $[s(x^*) - S^{esp}]$ sobre w^* normalizado é o vetor

$[S^{esp} - S^m]$, expresso como

$$S^m = S^{esp} + \left([s(x^*) - S^{esp}]^T \cdot w^* \right) w^* \quad (2.29)$$

Baseado nestas propriedades, utiliza-se o seguinte algoritmo para obter o ponto S^m :

1. Para $k = 0$, supor $S^k = S^{esp}$;
2. Resolver o problema de fluxo de potência $[s(x) - S^{esp}] = 0$ usando o método do multiplicador ótimo. Na solução do fluxo de potência, obtém-se x^{k*} . Se a norma infinita $\|s(x^{k*}) - S^k\|_\infty$ for menor do que uma tolerância pré-fixada, encerrar o processo; caso contrário, prosseguir ao próximo passo;
3. Calcular o autovetor à esquerda normalizado w^{k*} de $J(x^{k*})$;
4. Determinar $S^{k+1} = S^{esp} + \left([s(x^{k*}) - S^{esp}]^T \cdot w^{k*} \right) w^{k*}$;
5. Atualizar $k = k + 1$ e retornar ao passo 2.

Este algoritmo iterativo requer a solução de alguns problemas de fluxo de potência. Uma vez determinado o autovetor à esquerda w^m , sendo este paralelo ao vetor normal n^m , torna-se simples retornar à região de solvabilidade das equações do fluxo de potência. Porém, precauções devem ser tomadas com relação às barras de injeção nula ou transfêrencia, onde não é possível realizar qualquer corte de carga. Para melhorar o desempenho deste método, sugere-se utilizar as relações de sensibilidade entre as variáveis de controle e a direção do vetor que assegura a correção considerada a melhor possível [28], [29], isto é

$$\vartheta_u = -J_u^T(x^m) w^m \quad (2.30)$$

onde, $J_u^T(x^m)$ é a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência em relação às variáveis de controle do sistema.

2.3.3 Método Baseado no Algoritmo de Pontos Interiores

No trabalho descrito na referência [31], o problema de não-solvabilidade das equações do fluxo de potência é abordado como um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), cuja solução é obtida através do algoritmo não linear de Pontos Interiores na sua versão Primal-Dual. O conjunto de controles considerados pelo algoritmo inclui a geração de potência ativa, a magnitude da tensão nas barras de geração, o tap dos transformadores com comutação sob carga, e o corte de carga.

O problema de se obter uma solução viável é representado nesta metodologia como

$$\begin{aligned}
 & \min \quad P^T \theta \\
 & s.a. \quad (1 - \theta_i) P_i - P_i(x) = 0, \quad i = 1 \dots n \\
 & \quad \quad (1 - \theta_i) Q_i - Q_i(x) = 0, \quad i = 1 \dots n \\
 & \quad \quad a \leq (\theta, x) \leq b
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

onde, P_i , Q_i são as cargas ativa e reativa; θ é o vetor que representa a fração de carga cortada em cada barra; P é o vetor das potências ativas nas barras de carga; x é o vetor que representa as variáveis de otimização; a e b são os limites mínimo e máximo permissíveis em θ e x ; e n é o número de barras.

O problema de otimização em termos mais genéricos, é representado como

$$\begin{aligned}
 & \min \quad g(z) \\
 & s.a. \quad h(z) = 0 \\
 & \quad \quad a \leq z \leq b
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

onde, $g(z) = P^T \theta$ é a função objetivo; $h(z)$ representa as restrições de igualdade; e $z = (\theta, x)$.

Associando-se variáveis de folga às restrições de desigualdade para transformá-las em restrições de igualdade, e aplicando uma barreira logarítmica à função objetivo,

conforme o procedimento convencional do algoritmo de Pontos Interiores, obtém-se

$$\begin{aligned}
 \min \quad & g(z) - \mu \sum_j \ln s_j \\
 \text{s.a.} \quad & h(z) = 0 \\
 & a - z + s_1 = 0 \\
 & z + s_2 - b = 0
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

onde, μ é o parâmetro de barreira logarítmica; s_1, s_2 são as variáveis de folga (variáveis primais), com $s_1 > 0$ e $s_2 > 0$.

A idéia básica do algoritmo de Pontos Interiores é resolver o problema (2.33) para cada μ e fazer este parâmetro tender a zero. Quando isto acontece, a solução do problema original (2.32) é obtida.

A função Lagrangeana correspondente ao problema de otimização generalizado é dada por

$$\begin{aligned}
 \min \quad \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) = & g(z) - \mu \sum_j \ln s_j + \lambda^T h(z) + \dots \\
 & \pi_1^T (a - z + s_1) + \pi_2^T (z + s_2 - b)
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

onde, λ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange (variáveis duais) das restrições de igualdade; π_1, π_2 são os vetores dos multiplicadores de Lagrange (variáveis duais) das restrições de desigualdade.

As condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [31], são:

$$\begin{aligned}
 \nabla_z \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) &= \nabla g(z) + J^T(z) \lambda - \pi_1 + \pi_2 = 0 \\
 \nabla_\lambda \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) &= h(z) = 0 \\
 \nabla_{\pi_1} \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) &= a - z + s_1 = 0 \\
 \nabla_{\pi_2} \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) &= z + s_2 - b = 0 \\
 \nabla_{s_1} \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) &= \mu e - S_1 \pi_1 = 0 \\
 \nabla_{s_2} \mathcal{L}(z, s, \lambda, \pi) &= \mu e - S_2 \pi_2 = 0
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

onde, $\nabla g(z)$ é o gradiente de $g(z)$; $J(z)$ é a Jacobiana de $h(z)$; e é o vetor unitário dado por $e = [1, 1, \dots, 1]^T$; e S_1 e S_2 são matrizes diagonais cujos elementos são os componentes dos vetores s_1 e s_2 , respectivamente.

Assumindo que no início do processo iterativo as variáveis primais e duais são escolhidas de modo que

$$\begin{aligned} s_1 &> 0, & s_2 &> 0 \\ \pi_1 &> 0, & \pi_2 &> 0 \\ z - s_1 &= a \\ z + s_2 &= b \end{aligned} \tag{2.36}$$

os incrementos nas variáveis primais ($\Delta z, \Delta s_1, \Delta s_2$) e duais ($\Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2$) são obtidos através da aplicação de uma iteração do método de Newton para resolver o sistema de equações não lineares (2.35).

Uma vez resolvido o sistema linear correspondente às equações (2.35), a próxima etapa é determinar o comprimento do passo nos espaços primal e dual, de modo que as condições $s_i > 0$ e $\pi_i > 0$ ($i = 1, 2$) sejam respeitadas. Isto é feito utilizando-se as seguintes expressões

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta s_1 < -\delta} \frac{s_1}{|\Delta s_1|}, \min_{\Delta s_2 < -\delta} \frac{s_2}{|\Delta s_2|}, 1.0 \right] \tag{2.37}$$

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_1 < -\delta} \frac{\pi_1}{|\Delta \pi_1|}, \min_{\Delta \pi_2 < -\delta} \frac{\pi_2}{|\Delta \pi_2|}, 1.0 \right] \tag{2.38}$$

onde, δ é uma tolerância pré-estabelecida.

A nova aproximação da solução ótima é então

$$\begin{aligned} z &= z + \sigma \alpha_p \Delta z \\ s_1 &= s_1 + \sigma \alpha_p \Delta s_1 \\ s_2 &= s_2 + \sigma \alpha_p \Delta s_2 \\ \lambda &= \lambda + \sigma \alpha_d \Delta \lambda \\ \pi_1 &= \pi_1 + \sigma \alpha_d \Delta \pi_1 \\ \pi_2 &= \pi_2 + \sigma \alpha_d \Delta \pi_2 \end{aligned} \tag{2.39}$$

onde, σ é uma constante igual a 0.9995.

O último passo de cada iteração é recalcular o valor do parâmetro μ . O valor inicial de μ é definido pelo usuário, sendo o mesmo usado para inicializar as variáveis

duais π_i . Nas iterações subseqüentes a seguinte fórmula é usada [31]:

$$\mu = \frac{s_1^T \pi_1 + s_2^T \pi_2}{2\eta\beta} \quad (2.40)$$

onde, β é um parâmetro que controla a rapidez com que μ decresce; e η é o número total de variáveis do problema de otimização original expresso por (2.31).

A convergência é considerada alcançada quando o parâmetro barreira μ , os desvios das equações de balanço de potência ativa e reativa e a norma do vetor gradiente (2.35) são menores do que as tolerâncias pré-estabelecidas.

A característica principal do método de Pontos Interiores é a eficiência no tratamento de redes de grande porte “mal-condicionadas” [31]. O uso de métodos de otimização para resolver o problema de determinação de soluções corretivas, permite a modelagem de qualquer tipo de restrição operativa, possibilitando a obtenção de soluções de melhor qualidade sob o ponto de vista prático. Entretanto, a inclusão dessas restrições aumenta a complexidade do problema, o que pode trazer dificuldades adicionais à obtenção de sua solução.

Capítulo 3

Metodologia Proposta

Apresenta-se neste capítulo, a formulação matemática do problema que representa a determinação de medidas corretivas para o retorno à região das soluções reais do fluxo de potência. Este problema de otimização é inicialmente expresso em termos de variáveis genéricas, e posteriormente em termos das variáveis de sistemas de potência. As equações do fluxo de potência são expressas em coordenadas cartesianas, porque desta forma elas podem ser representadas por funções quadráticas, o que facilita a modelagem do problema de fluxo de potência como um problema de otimização não linear. É apresentada ainda uma metodologia de análise de sensibilidade para pontos próximos à fronteira que separa a região das soluções viáveis e inviáveis.

3.1 Formulação Analítica

O problema de otimização considerado é da forma

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_1} r_i^2(x) \\ \text{s.a.} \quad & g(x) = 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde, $f(x)$ é a função objetivo que se deseja minimizar; $r_i(x)$ é uma função não

linear em x ; $g(x)$ é o vetor das funções não lineares que representam as restrições de igualdade; x é o vetor das variáveis sobre as quais a otimização é efetuada.

Este problema de otimização, caracteristicamente não linear e sujeito apenas às restrições de igualdade pode ser resolvido pelo método de Newton. Este método, considerado o mais apropriado para a resolução de problemas de otimização não lineares com restrições de igualdade, possui a propriedade de *convergência quadrática*¹ [9], [11], [12], [13], [19], [20], [32], o que o faz ser classificado como uma referência, em relação à qual outros métodos são comparados [9], [13], [19], [32].

Para aplicar o método de Newton ao problema (3.1), transforma-se primeiramente o problema de otimização com restrições de igualdade, em um problema sem restrições, via função Lagrangeana expresso por

$$\min \mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + [\lambda]^T [g(x)] \quad (3.3)$$

onde, $[\lambda]$ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange.

Supondo que $\mathcal{L}(x, \lambda)$ é contínua e duas vezes diferenciável, aplicam-se as condições de otimalidade de primeira ordem ou condições necessárias de Lagrange para obter um conjunto de equações não-lineares [9], [13], isto é

$$\nabla \mathcal{L}(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x f(x) + [\nabla_x g(x)]^T [\lambda] \\ g(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde, $\nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda)$, $\nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda)$ são os vetores gradiente da função Lagrangeana $\mathcal{L}(x, \lambda)$ em relação a x e λ respectivamente; $\nabla_x f(x)$ é o vetor gradiente da função objetivo original $f(x)$ em relação a x ; e $\nabla_x g(x)$ é a matriz Jacobiana das restrições de igualdade $g(x)$.

¹Um método iterativo possui a propriedade de convergência quadrática, quando o erro na iteração corrente é proporcional ao quadrado do erro na iteração precedente; ou seja,

$$\|x^{k+1} - x^*\| \leq c \|x^k - x^*\|^2 \quad (3.2)$$

onde c é uma constante; e x^* é o ponto de solução do problema de otimização [9], [13].

Para resolver este conjunto de equações não-lineares através do método de Newton, expande-se $\nabla \mathcal{L}(x, \lambda)$ em série de Taylor, no ponto corrente, na direção $(\Delta x, \Delta \lambda)$, até o termo de primeira ordem, o que resulta em um sistema de equações lineares que deve ser resolvido a cada iteração. Dada uma estimativa da solução como ponto inicial (x^0, λ^0) , a cada iteração o sistema linear a ser resolvido é expresso como

$$\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x, \lambda) & [\nabla_x g(x)]^T \\ \nabla_x g(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

ou,

$$W \Delta z = b \quad (3.6)$$

onde, $\nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x, \lambda)$ é a matriz de segundas derivadas da função Lagrangeana em relação a x ; W é a matriz Hessiana da função Lagrangeana, ou matriz Jacobiana do gradiente da Lagrangeana; e $z = (x, \lambda)$ é o vetor formado pelos vetores x e λ .

Assim, a cada iteração do método de Newton, deve-se calcular a Hessiana W e resolver o sistema linear (3.6) para obter Δz e atualizar z , ou seja;

$$z^{k+1} = z^k + \Delta z \quad (3.7)$$

Este processo iterativo continua até que as condições de otimalidade de primeira e segunda ordem sejam satisfeitas no ponto ótimo (x^*, λ^*) .

3.1.1 Condições de Otimalidade de Primeira Ordem

As condições de otimalidade de primeira ordem ou condições necessárias de Lagrange, para o problema representado na equação (3.3), são expressas por,

$$\nabla \mathcal{L}(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x f(x^*) + [\nabla_x g(x^*)]^T [\lambda^*] \\ g(x^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Estas condições estabelecem que o vetor gradiente da função Lagrangeana no ponto ótimo, deve ser igual a zero [9], [13].

3.1.2 Condições de Otimalidade de Segunda Ordem

Supondo que as condições de otimalidade de primeira ordem (3.8) são satisfeitas, as condições de otimalidade de segunda ordem ou condições de suficiência de Lagrange implicam na existência de uma matriz M [9], [13]; tal que,

$$\nabla_x g(x^*)M = 0 \quad (3.9)$$

$$M^T \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) M > 0 \quad (3.10)$$

isto é; a condição de otimalidade de segunda ordem para o ponto de mínimo, requer que a projeção da matriz Hessiana da função Lagrangeana no espaço nulo da matriz Jacobiana das restrições de igualdade seja definida positiva. Note-se que M é a matriz cujas colunas são a base do espaço nulo das linhas da matriz Jacobiana $\nabla_x g(x^*)$.

Em outras palavras, se um ponto satisfaz as condições de otimalidade de primeira e segunda ordem, este ponto é um ponto de mínimo local estrito [9], [13].

Para se calcular Δz usando a equação (3.6), a matriz W deve ser não singular a cada iteração. Entretanto, W é não singular em (x^*, λ^*) se este ponto satisfizer a condição de otimalidade de segunda ordem e se a matriz $\nabla_x g(x^*)$ for de posto completo [13]. Como consequência, a não singularidade da matriz W pode ser estendida sobre a vizinhança local de (x^*, λ^*) . Portanto, o algoritmo baseado no método de Newton para resolver (3.5) tem bom desempenho quando a solução inicial está suficientemente próxima do ponto ótimo (x^*, λ^*) . Esta conjectura é apresentada no lema a seguir [13].

Lema 1 *Se as matrizes $\nabla_x g(x)$ e M são complementos ortogonais (o qual implica que $\nabla_x g(x)$ e M são ambos de posto completo e que $\nabla_x g(x)M = 0$), W é uma matriz simétrica e $M^T \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x, \lambda) M$ é definida positiva, então a matriz*

$$W = \begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x, \lambda) & [\nabla_x g(x)]^T \\ \nabla_x g(x) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

é não singular.

Logo, este lema mostra que o algoritmo baseado no método de Newton tem bom desempenho para pontos suficientemente próximos do ponto de solução (x^*, λ^*) .

Após a apresentação das condições de otimalidade de primeira e segunda ordem para o problema geral de otimização formulado, e sob o lema de que a matriz W é não singular, mostra-se a seguir a formulação do problema de otimização em termos das variáveis de sistemas de potência.

3.2 Formulação em Termos das variáveis de Sistemas de Potência

Problemas de não-solvabilidade no fluxo de potência podem ocorrer quando uma rede sobrecarregada é submetida a uma contingência severa. Neste caso, se nenhuma medida corretiva for tomada (tal como corte de carga e/ou mudanças nos controles, por exemplo), o fluxo de potência pode tornar-se inviável, acarretando assim a perda do ponto de equilíbrio e resultando algumas vezes no fenômeno indesejável do colapso de tensão. A determinação de medidas corretivas pode ser representada pelo problema de otimização, cujos elementos principais são descritos a seguir em termos das variáveis do sistema de potência.

3.2.1 Função Objetivo

Deseja-se minimizar os desbalanços de potência ativa e reativa em barras potencialmente sujeitas ao corte de carga, tal que as equações da rede elétrica em regime permanente tenham soluções. Este índice de desempenho pode ser representado pela seguinte função quadrática:

$$f(x) = \frac{1}{2} [S_1 - s_1(x)]^T [S_1 - s_1(x)] \quad (3.12)$$

onde,

$$[S_1 - s_1(x)] = \begin{bmatrix} \Delta P_{PV+PQ} \\ \Delta Q_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{PV+PQ}^{esp} - P_{PV+PQ}(x) \\ Q_{PQ}^{esp} - Q_{PQ}(x) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

é o vetor dos desbalanços de potência ativa e reativa nas barras sujeitas ao corte de carga (barras PV e PQ), de dimensão $n_1 \times 1$; S_1 é o vetor das injeções de potência ativa e reativa especificadas nas barras; $s_1(x)$ é o vetor das injeções de potência ativa e reativa calculadas em função das variáveis x , a cada passo do processo iterativo.

Na classificação de barras sujeitas ao corte de carga, além dos critérios técnicos mencionados anteriormente, critérios econômicos pode ser contemplados. Assim por exemplo, barras não sujeitas a um contrato fixo de compra e/ou venda de energia podem ser selecionadas em primeira instância para o corte de carga.

3.2.2 Restrições de Igualdade

O vetor das restrições de igualdade permanentes é expresso como

$$[S_2 - s_2(x)] = \begin{bmatrix} \Delta V_{PV}^2 \\ \Delta P_{SC} \\ \Delta Q_{SC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (V_{PV}^{esp})^2 - (e_{PV}^2 + f_{PV}^2) \\ P_{SC}^{esp} - P_{SC}(x) \\ Q_{SC}^{esp} - Q_{SC}(x) \end{bmatrix} = [0] \quad (3.14)$$

onde, as igualdades permanentes incluem: as equações correspondentes aos módulos de tensão nas barras de geração (barras PV), e as barras onde as equações de balanço de potência ativa e reativa não podem deixar de ser satisfeitas (por exemplo, barras de transferência, barras onde se deseja manter a magnitude da tensão constante, etc.); S_2 é o vetor que representa os módulos de tensão especificados nas barras PV , e as injeções de potências ativa e reativa especificadas nas barras de transferência (barras SC); por sua vez, o vetor $s_2(x)$ representa os módulos de tensão calculados nas barras PV , e as injeções de potências ativa e reativa calculadas a cada passo do processo iterativo. A dimensão do vetor das restrições de igualdade é $n_2 \times 1$.

De maneira análoga à seleção das barras cujo balanço de potência compõe a função objetivo, para a escolha das restrições de igualdade, critérios econômicos e critérios técnicos podem ser aplicados. Neste caso, barras com contratos fixos de venda de energia e barras com preços de energia elevados, poderiam formar parte das restrições de igualdade em ΔP_{SC} e ΔQ_{SC} . Com isso, cortes de carga nas barras consideradas importantes seriam evitados.

3.2.3 Variáveis da Otimização

Para o problema proposto, o vetor de variáveis x envolvidas no problema de otimização é dado por

$$x = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

isto é, x é formado pelas componentes real e imaginária da tensão complexa em todas as barras, exceto a de referência. A dimensão deste vetor é $n \times 1$, sendo $n = n_1 + n_2$.

Então, o problema de otimização da equação (3.1) expresso em termos destas variáveis, toma a forma

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} P_{PV+PQ}^{esp} - P_{PV+PQ}(x) \\ Q_{PQ}^{esp} - Q_{PQ}(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{PV+PQ}^{esp} - P_{PV+PQ}(x) \\ Q_{PQ}^{esp} - Q_{PQ}(x) \end{bmatrix} \\ \text{s.a.} \quad & \begin{bmatrix} (V_{PV}^{esp})^2 - (e_{PV}^2 + f_{PV}^2) \\ P_{SC}^{esp} - P_{SC}(x) \\ Q_{SC}^{esp} - Q_{SC}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Em termos da função Lagrangeana, o problema com restrições convertido em um problema sem restrições é escrito em função de x e λ , como

$$\min \mathcal{L}(x, \lambda) = \frac{1}{2} [S_1 - s_1(x)]^T [S_1 - s_1(x)] + [\lambda]^T [S_2 - s_2(x)] \quad (3.17)$$

As condições de otimalidade de primeira ordem para este problema, são

$$\begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(x, \lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_1^T[S_1 - s_1(x)] - J_2^T[\lambda] \\ S_2 - s_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

onde, J_1 e J_2 são as matrizes Jacobianas que correspondem às equações do fluxo de potência na função objetivo e nas restrições de igualdade respectivamente.

Assim, o sistema linear a ser resolvido a cada iteração, toma a forma

$$\begin{bmatrix} J_1^T J_1 - H_{11} & -J_2^T \\ -J_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L} \\ \nabla_\lambda \mathcal{L} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$W \Delta z = b \quad (3.20)$$

onde,

$$\frac{\partial}{\partial x} (\nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda)) = \frac{\partial}{\partial x} (-J_1^T[S_1 - s_1(x)] - J_2^T[\lambda]) = J_1^T J_1 - H_{11} \quad (3.21)$$

é a matriz das derivadas de segunda ordem da função Lagrangeana (3.17) em relação à variável x , e cuja expressão analítica é detalhadamente descrita no Apêndice A.

3.2.4 Limites de Potência Reativa de Geração

A consideração das restrições operacionais correspondentes aos limites de geração de potência reativa nas barras PV é de fundamental importância, desde que sua inclusão nas equações do fluxo de potência permita representar de maneira mais fiel o comportamento físico do sistema. Em princípio, funções de penalidade, barreira logarítmica e métodos de pontos interiores poderiam ser usados na incorporação das restrições de desigualdade no problema de otimização [9], [13], [31]. Porém, isto aumentaria a dimensão e grau de dificuldade do problema original. Por esta razão, e lembrando que a presente abordagem considera apenas as equações do fluxo de potência em regime permanente, uma estratégia de inclusão das restrições de desigualdade no problema de otimização proposto, é descrita a seguir [30]:

1. No começo do processo iterativo, assume-se que $V_i = V_i^{esp}$;
2. Após cada iteração, as injeções de potência reativa Q_{Gi} nas barras PV devem ser recalculadas utilizando-se os valores atualizados de (e, f) , para observar se esses valores estão dentro dos limites especificados;

$$Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi}(e, f) \leq Q_{Gi}^{\max} \quad (3.22)$$

3. No caso em que $Q_{Gi}(e, f)$ violar um dos limites, o tipo de barra na qual isso ocorre é convertido, passando do tipo PV para tipo PQ , com a injeção de potência reativa especificada no limite violado; e a magnitude da tensão é liberada, passando a ser calculada a cada iteração; ou seja

Se $Q_{Gi}(e, f) \geq Q_{Gi}^{\max}$, fazer $Q_{Gi}^{esp} = Q_{Gi}^{\max}$ e converter para PQ

Se $Q_{Gi}(e, f) \leq Q_{Gi}^{\min}$, fazer $Q_{Gi}^{esp} = Q_{Gi}^{\min}$ e converter para PQ

Quando ocorre uma dessas mudanças, os elementos correspondentes às linhas da matriz Jacobiana J_2 devem ser modificados. Este procedimento é semelhante àquele adotado no fluxo de potência convencional;

4. Após uma barra PV ter sido transformada em PQ , deve-se testar a cada iteração subsequente, a possibilidade dessa barra ser convertida ao seu tipo original. O seguinte procedimento é adotado:

Se $Q_{Gi}^{esp} = Q_{Gi}^{\max}$ e $V_i > V_i^{esp}$, converter para PV

Se $Q_{Gi}^{esp} = Q_{Gi}^{\max}$ e $V_i < V_i^{esp}$, manter como PQ

Se $Q_{Gi}^{esp} = Q_{Gi}^{\min}$ e $V_i < V_i^{esp}$, converter para PV

Se $Q_{Gi}^{esp} = Q_{Gi}^{\min}$ e $V_i > V_i^{esp}$, manter como PQ

e continuar com o processo iterativo.

É importante observar que a inclusão das restrições de desigualdade (3.22) é considerada apenas quando os geradores atingem os seus limites de potência reativa gerada. Isto é, a equação do balanço de potência reativa com a geração no limite, passa a constituir uma restrição de igualdade.

Deve ser enfatizado, que a inclusão da equação (3.22) no problema de otimização (3.16), pode trazer algumas dificuldades que devem ser observadas. Por exemplo, a convergência do processo iterativo geralmente fica mais lenta devido às mudanças dos tipos de barra baseados em valores iniciais de tensão muito distantes do ponto de solução final. Em alguns casos, este fato pode levar até inclusive a não convergência do processo iterativo [30].

3.3 Algoritmo de Solução

O procedimento para a determinação do ponto de mínimo do problema de otimização (3.16) via método de Newton, pode ser sumarizado na execução dos seguintes passos:

1. Construir a função Lagrangeana (3.17);
2. Para $k = 0$, considerar o ponto inicial (e^k, f^k, λ^k) ;
3. Determinar o vetor gradiente (3.18) da função Lagrangeana (3.17); isto é, as primeiras derivadas da função Lagrangeana em relação às variáveis (e, f, λ) ;
4. Verificar a convergência do processo iterativo. Se a norma infinita do gradiente (3.18) for menor do que a tolerância especificada e a geração de potência reativa em todas as barras PV estiver dentro dos limites especificados, o processo é encerrado. Em caso contrário, verificar se algum gerador tem o seu limite de geração de potência reativa violado; caso afirmativo, trata-se essa barra segundo a estratégia exposta na seção 3.2.4, e prossegue-se para o passo subsequente;
5. Obter a matriz W e resolver o sistema linear (3.20) para determinar o vetor de correções $(\Delta e, \Delta f, \Delta \lambda)$;
6. Fazer $k = k + 1$, atualizar (e^k, f^k, λ^k) como em (3.7) e voltar ao passo 3.

Segundo o lema 1, este algoritmo tem bom desempenho para pontos de partida suficientemente próximos do ponto de solução (e^*, f^*, λ^*) , e possui a desejável

propriedade de convergência quadrática.

3.3.1 Propriedades da Matriz Hessiana W e Convergência do Método de Newton

Por razões de simplificação a submatriz do canto superior esquerdo da matriz W na equação (3.19) é denotada por w_{11} , ou seja

$$w_{11} = J_1^T J_1 - H_{11} \quad (3.23)$$

Esta matriz, apresenta as duas seguintes características relevantes:

1. No caso em que a solução das equações do fluxo de potência convencional é viável para a demanda especificada, $H_{11} = 0$ na solução final. A sua inclusão ao longo das iterações no sistema linear (3.20) retarda a convergência do processo iterativo.
2. No caso em que não existem soluções reais para a especificação de carga desejada, $H_{11} \neq 0$ na solução final, e a não inclusão desta expressão em (3.20) faz com que o processo iterativo não convirja.

A direção do vetor solução Δz do sistema linear (3.20) desconsiderando os termos de H_{11} (ou seja, com $H_{11} = 0$) é conhecida como a *direção de Gauss-Newton*. Por sua vez, a direção de Δz considerando os termos de H_{11} (ou seja, com $H_{11} \neq 0$) é conhecida como a *direção de Newton* [9], [13], [19], [32].

Desde que neste trabalho, o interesse é obter a melhor solução possível para os casos do fluxo de potência sem soluções reais, o termo H_{11} deveria ser permanentemente incluído na equação (3.23), e portanto na solução do sistema linear (3.20). Porém, para níveis de carregamento elevado, não se conhece em princípio se as equações do fluxo de potência têm soluções reais. Levando em conta que na região das soluções viáveis a busca na direção de Gauss-Newton propicia convergência rápida à solução

ótima, parece razoável combinar as direções de Newton e Gauss-Newton na busca do ponto ótimo, para obter um algoritmo de otimização mais robusto e rápido. Baseado nesta observação, a busca do ponto ótimo durante as primeiras iterações é feita na direção de Gauss-Newton, e durante as últimas iterações a busca é realizada na direção de Newton.

A matriz Hessiana W em (3.20), é *não definida positiva* [11], [12], de maneira que movimentos na direção de Newton não necessariamente implicam que o valor da função Lagrangeana $\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$ diminua a cada passo do processo iterativo. Por outro lado, o método de Newton na sua versão original, é um *método localmente convergente*. Este tipo de método converge à solução ótima apenas se o ponto de partida (e^0, f^0, λ^0) está suficientemente próximo da solução final (e^*, f^*, λ^*) . Quando a aproximação inicial não é suficientemente boa, o processo iterativo pode requerer muitas iterações para a convergência, ou até mesmo divergir [9], [11], [12], [13], [19], [20], [32].

Para contornar estas duas dificuldades o algoritmo baseado no método original de Newton deve ser modificado, de forma a assegurar um nível adequado de robustez ao processo iterativo e prevenir a divergência. Em outras palavras, procedimentos são incorporados ao método original de Newton para garantir sob certas condições uma convergência global à solução ótima.

3.3.2 Estratégias para a Melhoria da Convergência

Duas estratégias que visam melhorar a convergência do processo de otimização (chamadas também de estratégias de otimização global) são apresentadas na literatura, as quais utilizam os conceitos de *região de confiança* (*trust region*) [9], [19], [32], e de *busca linear* (*line-search*) [9], [19], [20]. As estratégias baseadas na região de confiança, embora mais elaboradas, são mais complexas do que as estratégias de busca linear. Assim, por motivos de simplicidade de implementação e reconhecida eficiência, comprovada ao longo de muitos anos, estas últimas técnicas são mais utilizadas.

A estratégia baseada em busca linear, consiste basicamente em determinar um escalar α denominado *fator de passo*, de modo que o valor da função objetivo $\mathcal{L}(z^k)$ sofra um decréscimo razoável a cada passo do processo iterativo. Neste caso, a correção do vetor das variáveis de otimização de cada iteração do método de Newton é expressa como

$$z^{k+1} = z^k + \alpha \Delta z, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (3.24)$$

Desde que Δz indica a direção em que a função objetivo $\mathcal{L}(z^k + \alpha \Delta z)$ sempre decresce, tenta-se primeiramente dar um passo completo na direção de Newton, o que implica em fazer $\alpha = 1$. Isto levará ao algoritmo à convergência quadrática quando z esteja suficientemente próximo da solução z^* . Porém, se $\mathcal{L}(z^k + \alpha \Delta z)$ não satisfaz o critério de decréscimo estabelecido, deve-se tentar valores de α cada vez menores, até que um valor aceitável de decréscimo seja encontrado. Este procedimento é denominado estratégia de *retrocesso* (*backtracking*) [9], [19], [20]. O decréscimo no valor da função objetivo é considerado razoável quando

$$\mathcal{L}(z^{k+1}) \leq \mathcal{L}(z^k) + \xi [\nabla \mathcal{L}(z^k)]^T \Delta z \quad (3.25)$$

onde, ξ é um parâmetro que controla a rapidez com que $\mathcal{L}(z^k)$ decresce. Normalmente o valor $\xi = 10^{-4}$ é adotado [20].

Define-se

$$h(\alpha) \equiv \mathcal{L}(z^k + \alpha \Delta z) \quad (3.26)$$

de modo que

$$h'(\alpha) = \frac{\partial h}{\partial \alpha} = [\nabla \mathcal{L}(z)]^T \Delta z \quad (3.27)$$

Caso seja necessário retroceder, modela-se $h(\alpha)$ com a informação mais recente disponível e busca-se α de modo a minimizar o modelo. No início do processo, $h(0)$ e $h'(0)$ são disponíveis. Conforme mencionado anteriormente, a primeira tentativa é sempre no sentido de aplicar o passo de Newton completo, com $\alpha = 1$. Se isto não for possível, $h(1)$ já estará disponível. Modela-se $h(\alpha)$ como uma função quadrática [20], isto é

$$h(\alpha) \approx [h(1) - h(0) - h'(0)] \alpha^2 + h'(0) \alpha + h(0) \quad (3.28)$$

Tomando a derivada primeira desta função quadrática em relação a α e igualando o resultado a zero, o ponto de mínimo ocorre para

$$\alpha = \frac{h'(0)}{2[h(1) - h(0) - h'(0)]} \quad (3.29)$$

Nos retrocessos subseqüentes, modela-se $h(\alpha)$ como uma função cúbica usando o valor prévio $h(\alpha_1)$ e o valor seguinte mais recente $h(\alpha_2)$, ou seja

$$h(\alpha) = a\alpha^3 + b\alpha^2 + h'(0)\alpha + h(0) \quad (3.30)$$

Isto requer a solução de um sistema linear de duas equações e duas incógnitas, isto é

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \begin{bmatrix} 1/\alpha_1^2 & -1/\alpha_2^2 \\ -\alpha_2/\alpha_1^2 & \alpha_1/\alpha_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(\alpha_1) - h'(0)\alpha_1 - h(0) \\ h(\alpha_2) - h'(0)\alpha_2 - h(0) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

A função cúbica terá um mínimo correspondente a

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 3ah'(0)}}{3a} \quad (3.32)$$

Este procedimento de interpolação quadrática e cúbica tira proveito da propriedade de convergência quadrática do método de Newton, quando a solução corrente z^k está suficientemente próxima da solução ótima z^* . Porém, deve ser enfatizado que o método de Newton terá convergência quadrática, se o comprimento de passo α converge suficientemente rápido ao valor “natural” da unidade [9].

3.4 Autovetor à Esquerda e Vetor Normal

A estratégia para a determinação de soluções corretivas apresentada neste trabalho é baseada no fato de que na solução ótima (e^*, f^*, λ^*) , o autovetor à esquerda w^* correspondente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana das equações do fluxo de

potência convencional, é constituído pelos desbalanços de potência representados na função objetivo, e pelos multiplicadores de Lagrange respectivamente, ou seja

$$w^* = \begin{bmatrix} S_1 - s_1(x^*) \\ \lambda^* \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Esta relação é obtida da primeira expressão da equação (3.18); isto é

$$-J_1^T[S_1 - s_1(x^*)] - J_2^T[\lambda^*] = [0] \quad (3.34)$$

a qual pode ser escrita na forma matricial como

$$- \begin{bmatrix} J_1^T & J_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 - s_1(x^*) \\ \lambda^* \end{bmatrix} = [0] \quad (3.35)$$

ou ainda,

$$- \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_1 - s_1(x^*) \\ \lambda^* \end{bmatrix} = [0] \quad (3.36)$$

Note-se que a matriz formada por J_1 e J_2 é exatamente a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência convencional; sendo J_1 a submatriz que corresponde às equações de balanço de potência na função objetivo, e J_2 a matriz que corresponde às equações de balanço de potência nas restrições de igualdade.

Desde que na solução do problema de otimização para especificações de carga inviáveis o vetor formado pelos desbalanços de potência ativa e reativa, junto aos multiplicadores de Lagrange é diferente de zero, conclui-se que a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência é singular naquele ponto. Isto indica que o vetor $s(x^*)$ está situado sobre a superfície de fronteira Σ que separa a região das soluções viáveis e não viáveis.

Adicionalmente, deve-se observar que no ponto de solução o vetor normal n^* é constituído pelos resíduos de potência ativa e reativa na função objetivo; ou seja,

$$n^* = [S_1 - s_1(x^*)] \quad (3.37)$$

Este vetor define a *magnitude e direção ótima do corte de carga* que possibilita o retorno à região das soluções viáveis do fluxo de potência. Desde que na solução do problema de otimização o vetor normal n^* é disponível, torna-se relativamente simples retornar à região de solvabilidade das equações do fluxo de potência. Para isto, deve-se efetuar cortes de carga nas quantidades indicadas por n^* , pois este vetor não inclui termos correspondentes às barras de transferência. Porém, para atingir pontos bem dentro da região das soluções viáveis e alcançar uma *margem de segurança*, é preciso fazer cortes adicionais de carga na direção de n^* [21], [24], [26], [28], [29], ou em direções levemente defasadas deste vetor. A ilustração gráfica do vetor normal n^* no espaço bidimensional dos parâmetros, é feita na figura 3.1.

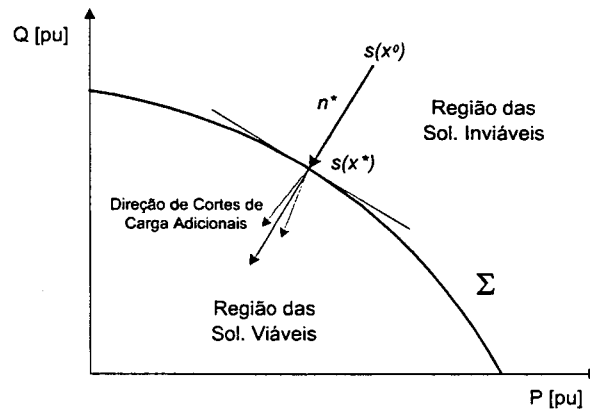


Figura 3.1: Vetor normal à superfície Σ

Embora esta figura seja semelhante à figura apresentada em 2.3, deve-se observar que o vetor normal n^* obtido como subproduto do problema de otimização, aponta no sentido de fora para dentro da região das soluções viáveis. O sentido deste vetor, define a direção do corte ótimo de carga para a volta à região das soluções reais.

Deve ser observado ainda, que a geometria da superfície Σ no espaço multidimensional dos parâmetros é função das potências especificadas e dos elementos da matriz admitância de barras, sendo portanto muito difícil a sua determinação precisa [26], [29].

Logo, considerando as equações (3.33) e (3.37), o autovetor à esquerda pode ser escrito como

$$w^* = \begin{bmatrix} n^* \\ \lambda^* \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

A informação fornecida pelo autovetor à esquerda pode ser utilizada para identificar os nós mais propensos ao colapso de tensão, referenciados na literatura como nós “fracos” da rede elétrica [15], e analisar a possibilidade de realizar compensação de potência reativa em diferentes pontos da rede elétrica. Em outras palavras, o autovetor à esquerda w^* contém os *índices de estabilidade da tensão*.

Apesar de que realizar cortes de carga nas quantidades indicadas pelo autovetor à esquerda w^* é teoricamente possível, e com isto ingressar na região das soluções reais; na prática, isto é impossível, uma vez que ele envolve barras de transferência, onde de fato não é possível realizar qualquer corte de carga.

3.4.1 Corte de Carga

Na referência [22], apresenta-se uma metodologia de corte de carga para sistemas elétricos de baixo nível de tensão, similar ao corte de carga para situações de baixa frequência. Este esquema de corte de carga é do tipo predefinido, desde que a quantidade de carga a ser cortada é fixada a priori.

Em [27], outro algoritmo de corte de carga é apresentado. A metodologia é baseada em índices de risco da instabilidade de tensão, e na sensibilidade destes índices à mudanças nas cargas a serem cortadas.

Na operação de sistemas sob condições adversas de demanda e propensos a problemas de instabilidade de tensão, tem sido freqüente a aplicação de corte de carga como uma medida corretiva para evitar o colapso de tensão. Entretanto, esta medida corretiva requer *experiência* e *critérios* que não deteriore ainda mais o desempenho do sistema de potência.

Um argumento favorável para a tomada desta decisão é que quando o sistema

opera sob condições de carga que resultam no problema de colapso de tensão, torna-se inviável retornar à região das soluções viáveis sem a adoção deste tipo de medida. É portanto razoável realizar cortes mínimos de carga em alocações ótimas, os quais assegurem o retorno à região de operação viável. De fato, procedimentos diferentes do corte de carga são utilizados em casos menos extremos.

Desde que, nesta proposta as quantidades a serem monitoradas são as cargas e que no ponto de solução o vetor n^* normal a Σ é obtido, os cortes de carga são realizados na direção de n^* , pois n^* define a direção do corte de carga mais eficiente para evitar o colapso de tensão. Deste modo, cortes de carga correspondentes às componentes maiores (em valor absoluto) de n^* têm maior influência no retorno à região das soluções viáveis [21], [24], [26].

Em situações em que o vetor normal n^* envolva um número muito grande de barras no sistema, o algoritmo proposto permite a seleção de barras nas quais não deve haver corte de carga, como por exemplo, nas barras sujeitas a um contrato fixo de venda de energia, etc. Para casos correspondentes a este tipo de barra, a formulação proposta neste trabalho permite a inclusão das equações de balanço de potência ativa e reativa como restrições de igualdade. Além desta possibilidade, outras razões técnicas e/ou econômicas poderiam também ser consideradas com o intuito de se ter a seleção mais apropriada.

3.4.2 Multiplicadores de Lagrange

Os multiplicadores de Lagrange fornecem na solução ótima, informações sobre a sensibilidade da função objetivo (3.12) com relação a perturbações nas restrições de igualdade (3.14).

O multiplicador de Lagrange da equação de balanço de potência ativa na barra i das restrições de igualdade, fornece uma idéia sobre a variação da função objetivo (3.12) para uma variação na potência ativa da barra i . Por sua vez, o multiplicador da equação de balanço de potência reativa na barra i , fornece a informação da variação da função objetivo (3.12) para uma variação de potência reativa na mesma

barra.

O multiplicador da equação correspondente ao módulo de tensão na barra de geração i , fornece a variação da função objetivo para uma variação no módulo da tensão da barra i . Este valor indica como pode ser realizada a compensação de potência reativa nessa barra; isto é, como providenciar a liberação adicional de potência reativa das unidades de geração conectadas àquela barra.

Baseado nos parágrafos anteriores, pode-se dizer que os multiplicadores de Lagrange fornecem indicações locais de variações da função objetivo (3.12) para variações nas potências ativa e reativa nas barras de carga, assim como para variações no módulo de tensão nas barras de geração; os quais formam parte das restrições de igualdade (3.14).

3.5 Análise de Sensibilidade na Superfície Σ

Desde que, através do corte de carga na direção de n^* , a superfície da fronteira Σ é atingida, o próximo passo é determinar medidas que conduzam o sistema elétrico do ponto de operação corrente $s(x^*)$ situado sobre a superfície Σ , até um novo ponto de operação dentro da região das soluções viáveis, o qual seja melhor sob o ponto de vista das restrições operativas.

Em outras palavras, o objetivo é atingir um ponto de operação situado na parte superior da curva P-V da figura 2.2.

3.5.1 Melhoria do Ponto de Operação

Para melhorar o ponto de operação $s(x^*)$ atingido na etapa preliminar do processo, os dois seguintes procedimentos são previstos:

1. Realizar cortes de carga adicionais sempre na direção do vetor n^* ;

2. Utilizar ferramentas numéricas convencionais de Fluxo de Potência Ótimo, as quais incluam o ajuste das violações nos limites de operação.

No primeiro caso, não é assegurado que as soluções obtidas sejam ótimas (ou mesmo de boa qualidade) no sentido de modificações no sistema.

Por outro lado, o uso de técnicas de otimização permite modelar as restrições operativas, fornecendo soluções de melhor qualidade. Entretanto, a obtenção de soluções através destas técnicas foge ao escopo deste trabalho.

Assim, na presente formulação, desde que como um subproduto da solução do problema de otimização, o autovetor à esquerda correspondente ao autovalor zero da matriz Jacobiana singular é obtido; e que o autovetor à direita correspondente ao autovalor zero da Jacobiana pode ser facilmente obtido, decidiu-se realizar cortes de carga adicionais na direção do vetor n^* e/ou direções levemente defasadas dele. A metodologia utilizada para esta finalidade é aquela encontrada nas referências [23] e [25].

A metodologia proposta em [23], pode ser entendida como uma análise de sensibilidade para regiões próximas de Σ . Nesta metodologia, representando por s o vetor das injeções de potência líquida em barras, e por x o vetor dos estados, as equações de balanço de potência são expressas como

$$s = f(x) \quad (3.39)$$

Assumindo que x é expresso em coordenadas cartesianas, a expansão em série de Taylor da equação (3.39) em pontos próximos à singularidade da matriz Jacobiana, é expressa como

$$ds = J(x) dx + Q(dx) \quad (3.40)$$

onde,

$$Q(dx) = \frac{1}{2} J''(x) dx dx \quad (3.41)$$

é uma função quadrática em dx [23].

Para pontos próximos da singularidade, as seguintes relações são estabelecidas [23]:

$$s(x) = s(x^*) + ds \quad (3.42)$$

$$x = x^* + dx \quad (3.43)$$

onde, dx é função de ds definida como

$$dx = v d\sigma + G d\mu \quad (3.44)$$

sendo,

$$d\sigma = \pm \sqrt{[2w^T ds / w^T J(v) v]} \quad (3.45)$$

$$d\mu = [G^T J(x^*) G]^{-1} G^T ds' \quad (3.46)$$

$$ds' = ds - J(v) v [w^T ds / w^T J(v) v] \quad (3.47)$$

e

$$J(x^*) v = 0 \quad (3.48)$$

$$J(x^*)^T w = 0 \quad (3.49)$$

onde, v e w são os autovetores à direita e à esquerda correspondentes ao autovalor zero da Jacobiana singular; G é a matriz constituída pelo espaço formado pelas colunas da Jacobiana trasposta $J(x^*)^T$. Cada vetor coluna desta matriz é perpendicular ao autovetor à direita v .

Baseado nestas relações, conclui-se que [23]:

1. O vetor dx em (3.44) é composto pela soma de duas componentes; uma ao longo de v cuja magnitude depende da raiz quadrada de ds , e outra ortogonal à primeira e linear em ds ;
2. O termo da raiz quadrada em (3.45) indica que ds não pode variar ao longo de certas direções; isto é, a relação $w^T ds \geq 0$, deve ser satisfeita;

3. O termo da raiz quadrada em (3.45) tem duas soluções, correspondentes aos sinais mais e menos. Uma das soluções conduz à região estável e a outra à região instável.

A última conclusão, reduz o risco de se atingir pontos situados na região inferior da curva P-V da figura 2.2; os quais são pontos de operação instáveis.

Capítulo 4

Resultados Numéricos

O desempenho da metodologia proposta neste trabalho foi avaliada com base nos resultados obtidos com dois sistemas testes: o sistema padrão Ward-Hale de 6 barras e um equivalente do sistema sul-sudeste brasileiro de 176 barras. Visando ilustrar as características de precisão da metodologia proposta, uma análise detalhada dos resultados é apresentada para esses sistemas.

4.1 Sistema Ward-Hale de 6 Barras

Este sistema é constituído de duas barras de geração e quatro barras de carga. Destas, uma é barra de injeção nula ou de transferência. No Apêndice B, mostram-se o diagrama unifilar, os dados de barras, linhas e transformadores deste sistema.

Nos casos considerados a seguir, as modificações na demanda foram feitas sob a condição de um fator de potência constante, isto é

$$\begin{aligned} P &= P_0 + f_c P_0 \\ Q &= Q_0 + f_c Q_0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde, P_0 e Q_0 são as potências ativa e reativa especificadas nas barras de carga para

o caso base; e f_c é o fator de incremento que representa a variação da demanda na barra.

É importante observar que na análise deste primeiro sistema, a direção de busca do ponto ótimo na primeira iteração é feita na direção de Gauss-Newton, e a partir da segunda iteração em diante, a busca é realizada na direção de Newton.

4.1.1 Análise de Convergência Desconsiderando Limites de Potência Reativa

Em uma primeira etapa, a análise se restringe aos aspectos relacionados às características de convergência do processo iterativo.

Caso Base

Como primeiro caso de análise, um fator de incremento de carga f_c igual a zero é considerado. A tensão de partida para as barras de carga em coordenadas cartesianas é $E = 1.0 - j0.2$, e os multiplicadores de Lagrange para todas as restrições de igualdade são fixados em $\lambda = -1.0$. A tolerância especificada para o presente caso, foi de $1.00\text{e-}05$ tanto para os desvios de potência ativa e reativa, quanto para a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana. Este valor, propositadamente de pequena magnitude, foi arbitrado com o intuito de se verificar o grau de precisão do programa desenvolvido e obter soluções o mais próximo das soluções “exatas” (aquelas com o mais alto nível de exatidão).

Uma síntese do processo iterativo resultante da aplicação do método de Newton de otimização é dada na tabela 4.1.

A primeira coluna dessa tabela representa o número de iteração do processo, e nela se verifica que o caso considerado converge em 4 iterações. A segunda coluna mostra que o fator de passo é unitário e se mantém constante ao longo do processo iterativo, o que significa que a solução inicial se encontra próxima à solução final.

k	passo	$\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$	$\ \nabla \mathcal{L}\ _\infty$	$\kappa(W)$	$\angle(\Delta z, -\nabla \mathcal{L})$	$\det(J)$
1	1.000	6.25e-04	1.28e-01	1.08e+03	87.703	-1.68e+06
2	1.000	6.33e-06	1.09e-02	9.50e+02	85.735	-1.30e+06
3	1.000	5.06e-10	6.16e-05	1.00e+03	81.105	-1.28e+06
4	1.000	3.75e-18	3.53e-09	1.01e+03		-1.28e+06

Tabela 4.1: Processo iterativo para o Caso Base

As colunas 3 e 4 mostram que, tanto a função Lagrangeana quanto a norma infinita do gradiente da Lagrangeana, decrescem monotonicamente ao longo das iterações. Ao final do processo iterativo, o valor praticamente nulo da função Lagrangeana e dos máximos desvios de potência ativa e reativa (com valores em torno de $1.75\text{e-}09[\text{pu}]$ e $1.11\text{e-}09[\text{pu}]$ respectivamente), e a norma infinita do gradiente do Lagrangeano, indicam que o presente caso converge na forma tradicional. Isto é, as cargas especificadas permitem obter uma solução utilizando programas convencionais de fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson.

A coluna 5 mostra o número de condicionamento da matriz W . O valor relativamente pequeno deste número (comparado com os casos de solução situada na superfície Σ), indica que a matriz W está longe de ser singular, o que se reflete no desempenho do método de Newton, com a convergência obtida em apenas 4 iterações.

A coluna 6 mostra o ângulo formado pelo vetor de correção Δz e o negativo do vetor gradiente do Lagrangeano $-\nabla \mathcal{L}$. Este ângulo é menor do que 90° ao longo do processo de otimização, indicando que o movimento na direção de Newton (Δz) causa decréscimo no valor da função Lagrangeana. Na última iteração, o valor desse ângulo não é apresentado na tabela, em razão da pequena magnitude dos vetores Δz e $-\nabla \mathcal{L}$.

A última coluna desta tabela mostra que o determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional Newton-Raphson é diferente de zero na solução final, confirmando a não singularidade dessa matriz.

Na tabela 4.2 são mostrados os valores de tensão e as potências ativa e reativa

de geração na solução ótima. Observa-se que as barras que apresentam os níveis de tensão mais baixos são as barras 5 e 6.

Barra #	Tensão		Geração		Carga	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	$P[MW]$	$Q[Mvar]$	$P[MW]$	$Q[Mvar]$
1	1.050	0.000	95.59	51.95		
2	1.100	-3.616	50.00	20.67		
3	0.991	-12.847			55.00	13.00
4	0.920	-9.843				
5	0.912	-12.435			30.00	18.00
6	0.908	-12.301			50.00	5.00
Total :			145.59	72.62	135.00	36.00

Tabela 4.2: Resultados do Programa para o Caso Base

Caso Inviável Próximo à Fronteira

No segundo caso considerado, o fator de incremento de carga é $f_c = 0.57$, o que representa um aumento de 57% na demanda de cada barra do sistema. Para este fator de carga, programas de fluxo de carga convencional não conseguem obter solução real, pois o nível de carregamento considerado encontra-se fora da região viável das soluções do fluxo de potência.

A tensão de partida e os multiplicadores de Lagrange para todas as restrições de igualdade são mantidas iguais aos considerados no caso anterior. O critério de convergência adotado para este caso foi de $1.00e-07$ para os desvios de potência e para a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana. A evolução do processo iterativo é mostrada na tabela 4.3.

Observa-se que para este nível de carregamento, o programa de otimização converge em 15 iterações, e que o fator de passo se mantém constante e igual à unidade, o que indica que o ponto de partida se encontra próximo da solução final.

A função Lagrangeana e a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana decrescem a cada passo do processo iterativo. Apesar de que o gradiente da função

Lagrangeana é praticamente zero na solução final, o valor da função Lagrangeana não o é. Isto se atribui ao fato de que os desvios de potência nas barras sujeitas ao corte de carga, são diferentes de zero na solução final, o que significa que as equações do balanço de potência ativa e reativa do sistema elétrico não têm soluções reais. Em outras palavras, a carga especificada encontra-se fora da região das soluções viáveis. Conseqüentemente, programas convencionais de fluxo de potência não conseguiriam obter a convergência. Os valores máximos que apresentaram os desvios de potência ativa e reativa na solução ótima foram de $3.15e-04[pu]$ e $2.25e-04[pu]$, respectivamente.

k	passo	$\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$	$\ \nabla \mathcal{L}\ _\infty$	$\kappa(W)$	$\angle(\Delta z, -\nabla \mathcal{L})$	$\det(J)$
1	1.000	3.73e-02	1.52e+00	1.08e+03	86.811	-7.43e+05
2	1.000	5.79e-03	2.29e-01	1.32e+03	82.387	-2.87e+05
3	1.000	1.41e-03	5.82e-02	1.63e+03	82.358	-1.36e+05
4	1.000	3.91e-04	2.00e-02	2.49e+03	81.912	-7.59e+04
5	1.000	1.10e-04	1.09e-02	4.20e+03	83.120	-4.48e+04
6	1.000	3.19e-05	5.58e-03	7.24e+03	84.989	-2.78e+04
7	1.000	9.56e-06	3.01e-03	1.29e+04	86.259	-1.77e+04
8	1.000	3.06e-06	1.64e-03	2.34e+04	87.294	-1.14e+04
9	1.000	1.10e-06	9.36e-04	4.29e+04	88.032	-7.25e+03
10	1.000	4.78e-07	5.66e-04	7.89e+04	88.587	-4.37e+03
11	1.000	2.72e-07	3.46e-04	1.43e+05	88.987	-2.31e+03
12	1.000	2.09e-07	1.81e-04	2.41e+05	89.271	-9.29e+02
13	1.000	1.96e-07	5.29e-05	3.50e+05	89.447	-2.14e+02
14	1.000	1.96e-07	4.27e-06	4.31e+05		-1.56e+01
15	1.000	1.96e-07	2.63e-08	4.62e+05		-9.53e-02

Tabela 4.3: Iterações para o Caso Inviável Próximo à Fronteira

Nota-se na coluna 5 desta tabela, que o número de condicionamento da matriz W cresce à medida que o processo iterativo se aproxima da solução ótima. Além disso, o ângulo formado pelo vetor de correção Δz e pelo vetor do gradiente da função Lagrangeana se aproxima de 90° . Estas duas características foram observadas para especificações da demanda próximas da fronteira Σ . Este fato influi definitivamente no número de iterações requerido pelo processo iterativo, pois a direção de Newton é quase ortogonal ao gradiente negativo. Conseqüentemente, a função Lagrangeana e o gradiente dessa função sofrem decréscimos pouco significativos a cada iteração.

O determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional Newton-Raphson se aproxima de zero na solução final, confirmando neste caso a singularidade desta matriz.

Os autovalores da projeção da matriz Hessiana w_{11} no espaço nulo da matriz Jacobiana das restrições de igualdade J_2 correspondentes à solução final, são mostrados na tabela 4.4.

# Autoval.	Autoval. de w_{11} no espaço nulo de J_2	# Autoval.	Autoval. de w_{11} no espaço nulo de J_2
1	57.8721	5	2.1779
2	31.5240	6	1.5263
3	11.5369	7	0.0004
4	7.1484		

Tabela 4.4: Autovalores de w_{11} no espaço nulo de J_2

Todos esses autovalores são positivos, tal que a condição de otimalidade de segunda ordem permite assegurar que o ponto ótimo encontrado é de fato um ponto de mínimo.

O mínimo autovalor da matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência convencional para este nível de carregamento é de $5.3187\text{e-}07$; e a nulidade da Jacobiana é unitária. Estes dois resultados indicam que a matriz Jacobiana é singular no ponto ótimo.

Os resultados finais de tensão, potência gerada e os multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de igualdade são mostrados na tabela 4.5. Observe-se que nas colunas 6 e 7, a demanda corresponde ao caso inviável, antes de realizar qualquer corte de carga.

Nota-se nesta tabela, que as duas barras com o nível mais baixo de tensão são as barras 5 e 6.

No ponto de solução final, o vetor $s(e^*, f^*)$ está situado sobre a superfície de fronteira Σ .

Bar #	Tensão		Geração		Carga		mult. Lagr.	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L	λ_P	λ_{QV}
1	1.050	0.000	214.74	183.59				
2	1.100	-41.124	50.00	84.06				-0.011
3	0.754	-38.204			86.35	20.41		
4	0.700	-27.973					-0.017	-0.019
5	0.676	-46.269			47.10	28.26		
6	0.645	-37.784			78.50	7.85		
Total :			264.74	267.65	211.95	56.52		

Tabela 4.5: Resultados para o Caso Inviável Próximo à Fronteira

Na tabela 4.6, os multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade e os resíduos de potência ativa e reativa na solução do problema de otimização (coluna 3), são comparados aos componentes do autovetor à esquerda correspondente ao autovalor zero da matriz Jacobiana (coluna 4).

Barra #	λ_i e resíduos de P_i e Q_i em $[pu]$		Autovetor à esquerda de J	Quociente das colunas 3 e 4
2	ΔP_2	-1.63567e-04	2.39026e-01	-6.84306e-04
3	ΔP_3	-2.43634e-04	3.56055e-01	-6.84260e-04
5	ΔP_5	-3.15164e-04	4.60593e-01	-6.84257e-04
6	ΔP_6	-2.62048e-04	3.82963e-01	-6.84264e-04
4	λ_{P_4}	-1.68851e-04	2.46763e-01	-6.84264e-04
2	λ_{V_2}	-1.12643e-04	1.64620e-01	-6.84264e-04
3	ΔQ_3	-2.01569e-04	2.94574e-01	-6.84275e-04
5	ΔQ_5	-2.14392e-04	3.13315e-01	-6.84271e-04
6	ΔQ_6	-2.24767e-04	3.28474e-01	-6.84277e-04
4	λ_{Q_4}	-1.89207e-04	2.76511e-01	-6.84264e-04

Tabela 4.6: Autovetor à esquerda da Jacobiana Singular

Estes resultados, mostram que na solução final o vetor n^* , normal a Σ , e o autovetor à esquerda w^* , da matriz Jacobiana singular do fluxo de potência, são obtidos de forma simples como um subproduto do problema de otimização. O vetor normal n^* formado pelos resíduos ΔP e ΔQ , define a *magnitude e direção ótima do corte de carga* que possibilita o retorno à região das soluções viáveis do fluxo de potência. Observe-se que este vetor não inclui barras de transfêrencia.

Na coluna 3 da tabela 4.6, observa-se que as duas barras com maior resíduo, tanto de potência reativa quanto de potência ativa, são as barras 6, 5 e 3. Com base nesses resultados, conclui-se que as barras 6, 5 e 3 (nesta sequência) são as mais propensas ao colapso de tensão. Portanto, os cortes de carga correspondentes a essas barras têm maior influência no retorno à região das soluções viáveis. Ainda na coluna 3, pode-se observar que o multiplicador de Lagrange com maior valor absoluto é aquele que corresponde à restrição de igualdade de potência reativa da barra 4. Este valor indica que injeção (ou corte) de certa quantidade de potência reativa causaria um decréscimo na função objetivo (3.12). Por sua vez, o multiplicador com o menor valor absoluto corresponde à restrição de igualdade do módulo de tensão da barra 2. Este valor indica que uma injeção de potência reativa nesta barra teria um efeito menos significativo do que na barra 4. Ressalta-se porém, que mesmo que as barras correspondentes aos multiplicadores de Lagrange não fossem barras de transferência, o efeito do corte de carga com base no valor numérico desses multiplicadores não seria significativo, devido aos valores reduzidos que eles apresentam.

Caso Inviável Distante da Fronteira

No terceiro caso analisado, considera-se um fator de incremento de carga $f_c = 0.75$. O nível de carregamento especificado é externo à região das soluções viáveis, razão pela qual os programas de fluxo de carga convencional não conseguem obter soluções reais.

A tensão de partida e os multiplicadores de Lagrange para todas as restrições de igualdade são mantidas iguais aos considerados nos casos anteriores. O critério de convergência adotado para este caso foi de $1.00\text{e-}05$ tanto para os desvios de potência quanto para a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana. A evolução do processo iterativo é mostrada na tabela 4.7.

Observa-se na tabela 4.7, que 7 iterações foram necessárias para a convergência do processo iterativo, e que o fator de passo se mantém constante e igual à unidade durante as iterações, indicando que o ponto de partida está próximo da solução final. A função Lagrangeana e a norma do gradiente da Lagrangeana diminuem a cada

k	passo	$\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$	$\ \nabla \mathcal{L}\ _\infty$	$\kappa(W)$	$\angle(\Delta z, -\nabla \mathcal{L})$	$\det(J)$
1	1.000	7.28e-02	2.15e+00	1.08e+03	86.469	-6.13e+05
2	1.000	1.93e-02	3.36e-01	1.21e+03	81.357	-1.85e+05
3	1.000	1.05e-02	1.14e-01	1.48e+03	82.362	-4.90e+04
4	1.000	8.45e-03	3.06e-02	1.71e+03	82.743	-1.41e+04
5	1.000	8.09e-03	9.77e-03	2.24e+03	82.853	-2.10e+03
6	1.000	8.08e-03	4.65e-04	2.43e+03	84.345	-1.25e+02
7	1.000	8.08e-03	1.93e-06	2.54e+03		-3.87e-01

Tabela 4.7: Iterações para o Caso Inviável Distante da Fronteira

passo do processo iterativo, porém a função objetivo é diferente de zero na solução final. Isto indica que os desvios de potência nas barras sujeitas ao corte de carga são diferentes de zero, e portanto as equações do balanço de potência ativa e reativa não têm soluções reais. Ou seja, a carga especificada se encontra fora da região das soluções viáveis. Na solução final do processo iterativo, os máximos desvios de potência ativa e reativa, foram $6.29\text{e-}02[\text{pu}]$ e $4.44\text{e-}02[\text{pu}]$ respectivamente.

O número de condicionamento da matriz W é muito menor do que o seu correspondente no caso inviável próximo da fronteira. O ângulo formado pelos vetores correção Δz e gradiente negativo da Lagrangeana não se aproxima de 90° como acontece no caso anterior. Através das simulações numéricas, verificou-se que estas duas quantidades estão relacionadas, e apresentam as seguintes características relevantes:

- Para especificações de demanda próximas da fronteira Σ , a matriz W apresenta mau condicionamento numérico (aproximando-se da singularidade sem entretanto alcançá-la), e o ângulo entre Δz e $-\nabla \mathcal{L}$ se aproxima de 90° ;
- Para especificações de demanda longe da fronteira Σ e externas à região das soluções viáveis, a matriz W é melhor condicionada numericamente, e o ângulo entre Δz e $-\nabla \mathcal{L}$ não se aproxima de 90° .

Portanto, para especificações de demanda próximas de Σ o método de Newton de otimização alcança a convergência com alguma dificuldade, o que não acontece para especificações de demanda afastadas desta superfície.

A última coluna da tabela 4.7 mostra que o determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência se aproxima de zero, indicando a singularidade dessa matriz no ponto ótimo.

Os autovalores da projeção da matriz Hessiana w_{11} no espaço nulo da matriz Jacobiana das restrições de igualdade J_2 , são mostrados na tabela 4.8.

# Autoval.	Autoval. de w_{11} no espaço nulo de J_2	# Autoval.	Autoval. de w_{11} no espaço nulo de J_2
1	60.1674	5	2.4474
2	33.0096	6	1.6752
3	12.0896	7	0.0729
4	7.5677		

Tabela 4.8: Autovalores de w_{11} no espaço nulo de J_2

Todos os autovalores são positivos, o que assegura que a solução ótima encontrada é um ponto de mínimo.

O mínimo autovalor da matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência é de $2.1254\text{e-}06$, e a nulidade é unitária. Uma vez mais, estes resultados implicam que a Jacobiana é singular no ponto ótimo.

Os resultados finais do fluxo de potência e os multiplicadores de Lagrange são mostrados na tabela 4.9.

Bar #	Tensão		Geração		Carga		mult. Lagr.	
	$V[\text{pu}]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L	λ_P	λ_{QV}
1	1.050	0.000	219.99	185.41				
2	1.100	-40.364	50.00	81.35				-2.368
3	0.749	-39.648			96.25	22.75		
4	0.695	-28.945					-3.626	-3.970
5	0.684	-46.245			52.50	31.50		
6	0.652	-38.720			87.50	8.75		
Total :			269.99	266.76	236.25	63.00		

Tabela 4.9: Resultados para o Caso Inviável Distante da Fronteira

Nota-se que as barras de carga 6, 5 e 3 são as que apresentam os níveis mais

baixos de tensão.

Comparando o módulo das tensões da tabela 4.9 com o módulo das tensões da tabela 4.5, percebe-se que as tensões apresentadas na tabela 4.9 são maiores em módulo do que aquelas da tabela 4.5. Isto significa que, na região externa à das soluções viáveis padrões de incrementos de demanda da mesma direção resultam em soluções diferentes na superfície Σ . Nota-se inclusive, que com especificações de demanda mais afastadas da fronteira Σ pode-se obter um melhor perfil de tensão do que com especificações de carga próximas de Σ . Uma explicação detalhada desta situação aparentemente contraditória é dada na seção 4.1.2, após uma análise comparativa das tabelas 4.11 e 4.12.

Na tabela 4.10, os multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade e os resíduos de potência ativa e reativa no ponto de solução são comparados ao autovetor à esquerda correspondente ao autovalor zero da matriz Jacobiana.

Barra #	λ_i e resíduos de P_i e Q_i em [pu]	Autovetor à esquerda de J	Quociente das colunas 3 e 4
2	ΔP_2 -3.20446e-02	-2.28846e-01	1.40027e-01
3	ΔP_3 -5.26525e-02	-3.76027e-01	1.40023e-01
5	ΔP_5 -6.28716e-02	-4.49009e-01	1.40023e-01
6	ΔP_6 -5.40619e-02	-3.86092e-01	1.40023e-01
4	λ_{P_4} -3.62595e-02	-2.58953e-01	1.40023e-01
2	λ_{V_2} -2.36808e-02	-1.69121e-01	1.40023e-01
3	ΔQ_3 -4.22305e-02	-3.01594e-01	1.40024e-01
5	ΔQ_5 -4.15721e-02	-2.96892e-01	1.40024e-01
6	ΔQ_6 -4.43688e-02	-3.16865e-01	1.40024e-01
4	λ_{Q_4} -3.97011e-02	-2.83532e-01	1.40023e-01

Tabela 4.10: Autovetor à esquerda da Jacobiana Singular

Conforme mencionado anteriormente, estes resultados ilustram o fato de que o vetor normal n^* a Σ e o autovetor à esquerda w^* da Jacobiana singular, são obtidos como um subproduto da solução do problema de otimização.

Os três maiores componentes do vetor normal n^* são os correspondentes às barras 6, 3 e 5, as quais são as mais propensas ao colapso de tensão.

O multiplicador de Lagrange com maior valor absoluto é aquele que corresponde à equação do balanço de potência reativa na barra 4. Este valor indica que a injeção de potência reativa nessa barra, causaria um decréscimo razoável na função objetivo (3.12). O multiplicador com o menor valor absoluto corresponde à restrição de igualdade do módulo de tensão na barra 2, o que significa que uma injeção de potência reativa nessa barra terá efeito não representativo na redução da função objetivo (3.12).

4.1.2 Análise das Medidas Corretivas Desconsiderando Limites de Potência Reativa

Conforme mencionado anteriormente, a medida corretiva considerada é o corte de carga segundo a direção indicada pelo vetor normal n^* , obtido na solução do problema de otimização.

Caso Inviável Próximo à Fronteira

A tabela 4.11 resume a solução das equações do fluxo de potência do sistema Ward-Hale após um corte de carga preliminar segundo a direção e quantidade indicadas pelo vetor n^* . Esta tabela difere da 4.5 no que diz respeito às colunas correspondentes à demanda.

Bar #	Tensão		Geração		Carga	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L
1	1.050	0.000	214.74	183.59		
2	1.100	-41.124	50.00	84.06	-0.02	
3	0.754	-38.204			86.33	20.39
4	0.700	-27.973				
5	0.676	-46.269			47.07	28.24
6	0.645	-37.784			78.47	7.83
Total :			264.74	267.65	211.85	56.46

Tabela 4.11: Resultados após o Corte Preliminar

Neste nível de carregamento, as equações de fluxo de carga admitem uma única

solução, a qual é difícil de ser obtida por programas convencionais de fluxo de carga em razão da singularidade da matriz Jacobiana. Entretanto, programas de fluxo de carga baseados no multiplicador ótimo [8] e no fator de amortecimento [15] são capazes de obter a solução.

A perda de potência ativa para este nível de carregamento é de $52.89[MW]$, o que representa uma percentagem de aproximadamente 20% da geração total.

Caso Inviável Distante da Fronteira

A tabela 4.12 mostra a solução das equações do fluxo de potência do sistema Ward-Hale após o corte preliminar de carga segundo a direção e quantidade indicadas pelo vetor normal n^* .

Bar #	Tensão		Geração		Carga	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L
1	1.050	0.000	219.99	185.41		
2	1.100	-40.364	50.00	81.35	-3.20	
3	0.749	-39.648			90.98	18.53
4	0.695	-28.945				
5	0.684	-46.245			46.21	27.34
6	0.652	-38.720			82.09	4.31
Total :			269.99	266.75	216.09	50.18

Tabela 4.12: Resultados após o Corte Preliminar

Comparando-se os módulos da tensão da tabela 4.11 com os módulos da tensão da tabela 4.12, percebe-se que as tensões apresentadas na última tabela são maiores em módulo do que aquelas da primeira tabela. Esta situação é devida a diferença na demanda de potência ativa e reativa que apresenta o sistema nos dois estados de operação. Levando em conta que a demanda de potência ativa e reativa na barra 5 sofre um decréscimo no segundo caso (distante da fronteira) comparado ao primeiro (próximo da fronteira), o nível de tensão é melhorada nessa barra. Entretanto, mesmo que a demanda de potência ativa nas barras 6 e 3 seja maior no segundo caso, e a demanda de potência reativa menor, o efeito é diferente nestas barras, sendo que a tensão na barra 6 melhora substancialmente, e a tensão na barra 3

piora. Estes efeitos contrários podem ser explicados observando-se os índices de sensibilidade dessas barras (componentes do autovetor à esquerda) às mudanças nas cargas ativa e reativa, e às diferentes magnitudes de acréscimo de potência ativa e decréscimo de potência reativa. Isto é, o acréscimo de $3.62[MW]$ na carga ativa da barra 6 é quase igual ao decréscimo de $3.52[Mvar]$ na carga reativa; por sua vez, o acréscimo de $4.65[MW]$ na carga ativa da barra 3 é bem maior que o decréscimo de $1.86[Mvar]$ na carga reativa.

Em geral, valores diferentes de tensão são obtidos para acréscimos de demanda na mesma direção. Estes valores dependem principalmente do ângulo formado pelos vetores incremento de carga e normal n^* no ponto $s(x^*)$, interseção de Σ com o vetor de incremento de carga. Adicionalmente, deve-se observar que o vetor normal n^* , é função da curvatura que a superfície de fronteira Σ apresenta no ponto $s(x^*)$.

4.1.3 Análise da Solução Crítica Desconsiderando Limites de Potência Reativa

Atingida a superfície de fronteira Σ , o próximo passo é encontrar o caminho que leva o ponto de operação corrente $s(x^*)$, situado sobre esta superfície, até um ponto de operação onde os limites operacionais sejam satisfeitos.

Caso Inviável Próximo à Fronteira

Para a melhoria do ponto de operação, em uma primeira instância realizou-se um corte de carga adicional na direção de n^* , correspondente a 3% (valor arbitrariamente escolhido) da carga no ponto $s(x^*)$. Os resultados da demanda após este corte de carga adicional são mostrados na tabela 4.13.

Comparando-se os módulos da tensão apresentados nesta tabela com aqueles da tabela 4.11, pode-se observar que o corte adicional de carga na direção de n^* , melhora substancialmente o nível de tensão. Finalmente, o valor negativo correspondente à carga ativa da barra 2 indica que o gerador ligado a esta barra, deve liberar

Bar #	Tensão		Geração		Carga	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L
1	1.050	0.000	189.02	130.99		
2	1.100	-27.080	50.00	59.46	-1.25	
3	0.842	-30.121			84.48	18.87
4	0.782	-22.555				
5	0.764	-34.231			44.69	26.62
6	0.748	-29.357			76.49	6.13
Total :			239.02	190.46	204.41	51.61

Tabela 4.13: Resultados após o Corte Adicional

1.25[MW] adicionais de potência ativa além dos 50.00[MW] gerados.

Com esse corte adicional de carga, as perdas de potência se reduzem a 34.61[MW], o que significa aproximadamente 14.5% da geração total. Comparando-se este valor com aquele correspondente à solução situada na superfície Σ , nota-se que um corte de carga de 3% na direção do vetor n^* reduz as perdas em 5.5%.

Na tabela 4.14, são mostrados os resultados obtidos através da análise de sensibilidade segundo a equação (3.44), e comparados com os resultados da tabela 4.13.

Barra #	Valores Exatos		Análise de Sensibilidade	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$
1	1.050	0.000	1.050	0.000
2	1.100	-27.080	1.132	-27.099
3	0.842	-30.121	0.857	-28.899
4	0.782	-22.556	0.796	-21.590
5	0.764	-34.231	0.778	-33.245
6	0.748	-29.357	0.755	-28.509

Tabela 4.14: Tensões obtidas através da Análise de Sensibilidade

Observa-se nesta tabela, que os valores aproximados da análise de sensibilidade são relativamente semelhantes aos valores exatos. A equação (3.44) permite portanto estimar soluções rápidas para as equações do fluxo de potência em condições de carregamento próximos da fronteira Σ . Adicionalmente, estes resultados indicam que os cortes de carga na direção do vetor n^* , mesmo dentro da região das soluções

viáveis, possibilitam atingir pontos de operação mais recomendáveis sob o aspecto operacional, isto é, com melhor perfil de tensão.

4.1.4 Análise de Convergência Considerando Limites de Potência Reativa

Visando obter uma solução mais realista das equações da rede elétrica, em uma segunda etapa são consideradas as restrições operacionais correspondentes aos limites de geração de potência reativa nas barras *PV*. Essas restrições foram tratadas segundo o procedimento descrito na seção 3.2.4.

Caso Inviável Próximo à Fronteira

Para este caso é considerado um fator de incremento de carga $f_c = 0.55$. Os valores iniciais da tensão de partida e dos multiplicadores de Lagrange para todas as restrições de igualdade, são mantidos iguais aos considerados nos casos anteriores. O critério de convergência adotado foi de $1.00\text{e-}05$ tanto para os desvios de potência quanto para a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana. Um resumo do processo iterativo é mostrado na tabela 4.15.

k	passo	$\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$	$\ \nabla \mathcal{L}\ _\infty$	$\kappa(W)$	$\angle(\Delta z, -\nabla \mathcal{L})$	$\det(J)$
1	1.000	3.44e-02	1.45e+00	1.08e+03	86.847	-7.61e+05
2	1.000	4.94e-03	2.17e-01	1.32e+03	82.495	-3.03e+05
3	1.000	1.04e-03	5.18e-02	1.64e+03	82.339	-1.53e+05
4	1.000	2.20e-04	1.61e-02	2.51e+03	81.715	-9.28e+04
5	1.000	3.59e-05	6.96e-03	4.15e+03	82.894	-6.35e+04
6	1.000	3.63e-06	2.08e-03	6.80e+03	84.569	-6.36e+03
7	1.000	2.94e-06	9.27e-04	7.62e+04	89.361	-1.24e+03
8	1.000	2.89e-06	5.70e-05	9.60e+04	89.415	-1.04e+02
9	1.000	2.89e-06	4.85e-07	1.04e+05		-5.65e-01

Tabela 4.15: Caso Inviável considerando limites de Q_G

Observa-se que neste caso o programa converge em 9 iterações e que o fator de passo se mantém constante e unitário, indicando que a solução inicial se encontra

próxima da solução final. A função Lagrangeana e o gradiente da Lagrangeana decrescem a cada passo iterativo, porém a função Lagrangeana é diferente de zero na solução final, indicando que os resíduos de potência nas barras sujeitas ao corte de carga são diferentes de zero. Isto significa que a demanda especificada é exterior à região das soluções viáveis. Os resíduos máximos de potência ativa e reativa no ponto ótimo foram $1.14\text{e-}03[pu]$ e $1.06\text{e-}03[pu]$, respectivamente.

O número de condicionamento da matriz W é da mesma ordem de magnitude que o do caso inviável sem consideração dos limites de potência reativa, e o ângulo formado pelo vetor de correção Δz e o gradiente negativo da função Lagrangeana se aproxima de 90° . Esses dois resultados confirmam a relação existente entre o ângulo formado pelos vetores Δz e $-\nabla \mathcal{L}$, e o condicionamento numérico da matriz W . O valor reduzido do determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência, indica a singularidade desta matriz na solução ótima.

Os autovalores da projeção da matriz Hessiana w_{11} no espaço nulo da Jacobiana J_2 das restrições de igualdade, são mostrados na tabela 4.16. Observa-se que todos os autovalores são positivos, o que indica que o ponto ótimo encontrado é um ponto de mínimo local.

# Autoval.	Autoval. de w_{11} no espaço nulo de J_2	# Autoval.	Autoval. de w_{11} no espaço nulo de J_2
1	59.8182	5	2.8493
2	35.4977	6	0.6262
3	12.1367	7	0.0016
4	8.3857		

Tabela 4.16: Autovalores de w_{11} no espaço nulo de J_2

Na solução ótima, a matriz Jacobiana das equações do fluxo de potência tem nulidade unitária e mínimo autovalor de $2.3288\text{e-}06$, o que confirma a sua singularidade.

Os resultados finais do fluxo de potência e os multiplicadores de Lagrange são mostrados na tabela 4.17.

Para o nível de carregamento considerado, o limite superior de geração de potên-

Bar #	Tensão		Geração		Carga		mult. Lagr.	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L	λ_P	λ_{QV}
1	1.050	0.000	201.58	157.13				
2	1.091	-33.486	50.00	70.00				-0.047 ^(*)
3	0.797	-33.808			85.25	20.15		
4	0.741	-25.034					-0.058	-0.074
5	0.714	-39.927			46.50	27.90		
6	0.694	-33.243			77.50	7.75		
Total :			251.58	227.13	209.25	55.80		

Tabela 4.17: Resultados para o Caso Inviável considerando limites de Q_G

cia reativa na barra 2 é atingida. Com isso, a barra 2 é redefinida e passa do tipo PV para o tipo PQ , com a magnitude da tensão liberada. Portanto, o multiplicador de Lagrange da restrição de igualdade da barra 2, corresponde à equação de balanço de potência reativa nessa barra (última coluna da tabela 4.17). Observa-se que na solução ótima, as barras que apresentam os níveis mais baixos de tensão são as barras 6, 5 e 4.

Na tabela 4.18, os multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de igualdade e os resíduos de potência ativa e reativa na solução do problema de otimização, são comparados aos componentes do autovetor à esquerda associado ao autovalor zero da matriz Jacobiana.

Barra #	λ_i e resíduos de P_i e Q_i em $[pu]$		Autovetor à esquerda de J	Quociente das colunas 3 e 4
2	ΔP_2	-5.98408e-04	2.28155e-01	-2.62281e-03
3	ΔP_3	-8.22365e-04	3.13563e-01	-2.62265e-03
5	ΔP_5	-1.13768e-03	4.33803e-01	-2.62258e-03
6	ΔP_6	-9.17955e-04	3.50002e-01	-2.62271e-03
4	λ_{P_4}	-5.78814e-04	2.20699e-01	-2.62264e-03
2	λ_{Q_2}	-4.66878e-04 ^(*)	1.78018e-01	-2.62264e-03
3	ΔQ_3	-8.18939e-04	3.12232e-01	-2.62285e-03
5	ΔQ_5	-1.06380e-03	4.05593e-01	-2.62283e-03
6	ΔQ_6	-9.00386e-04	3.43286e-01	-2.62284e-03
4	λ_{Q_4}	-7.35739e-04	2.80534e-01	-2.62264e-03

Tabela 4.18: Autovetor à esquerda da Jacobiana Singular

Estes resultados mostram que o vetor normal n^* à superfície Σ e o autovetor à esquerda w^* da matriz Jacobiana singular, são obtidos como um subproduto da solução do problema de otimização.

Nesta tabela, pode-se observar que os três maiores componentes do vetor normal n^* correspondem às barras de 5, 6 e 3. Conclui-se que as barras 5, 6 e 3 (nesta sequência) são as mais propensas ao colapso de tensão.

Baseado na comparação feita entre o grupo de barras mais propensas ao colapso de tensão e o grupo de barras que apresentam os níveis mais baixos de tensão, pode-se dizer que nem sempre as barras com os níveis mais baixos de tensão, são as mais propensas ao colapso.

Ainda na tabela 4.18, percebe-se que o multiplicador de Lagrange com maior valor absoluto corresponde à equação do balanço de potência reativa na barra 4, o que indica que a injeção de potência reativa nessa barra causaria um decréscimo significativo na função objetivo.

4.1.5 Análise das Medidas Corretivas Considerando Limites de Potência Reativa

A medida corretiva considerada é o corte de carga segundo a direção indicada pelo vetor normal n^* , obtido previamente na solução do problema de otimização.

Caso Inviável Próximo à Fronteira

A tabela 4.19 mostra os resultados da solução das equações do fluxo de carga após o corte de carga preliminar segundo a direção e quantidade indicadas pelo vetor n^* .

Neste nível de carregamento, as equações do fluxo de carga admitem uma única solução, pois a demanda especificada se encontra sobre a superfície de fronteira Σ , e conseqüentemente programas convencionais de fluxo de carga têm dificuldade de obter solução devido à singularidade da matriz Jacobiana.

Bar #	Tensão		Geração		Carga	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L
1	1.050	0.000	201.58	157.13		
2	1.091	-33.486	50.00	70.00	-0.06	
3	0.797	-33.808			85.17	20.07
4	0.741	-25.034				
5	0.714	-39.927			46.39	27.79
6	0.694	-33.243			77.41	7.66
Total :			251.58	227.13	208.90	55.52

Tabela 4.19: Resultados após o Corte Preliminar

A perda de potência ativa para o carregamento considerado é de $42.68[MW]$, o que representa 17% da geração total de potência ativa.

4.1.6 Análise da Solução Crítica Considerando Limites de Potência Reativa

Atingida a superfície de fronteira Σ no ponto $s(x^*)$, o próximo passo é encontrar o caminho que leva esse ponto de operação, até outro ponto de operação onde os limites operacionais sejam satisfeitos, com o perfil de tensão melhorado.

Para a melhoria do ponto de operação, é feito um corte de carga adicional na direção de n^* , correspondente a 3% (valor arbitrariamente escolhido) da carga no ponto $s(x^*)$. Os resultados da demanda após este corte adicional são mostrados na tabela 4.20.

De forma semelhante aos casos anteriormente descritos, observa-se nesta tabela, que com o corte adicional de carga na direção de n^* , os níveis de tensão melhoraram substancialmente, e que o limite superior de potência reativa no gerador da barra 2 não é atingido. O valor negativo correspondente à demanda ativa da barra 2 indica que o gerador ligado a esta barra, deve liberar $1.28[MW]$ adicionais de potência ativa além dos $50.00[MW]$ gerados.

Por outro lado, como efeito do corte de carga adicional, as perdas de potência

Bar #	Tensão		Geração		Carga	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	P_G	Q_G	P_L	Q_L
1	1.050	0.000	183.73	122.58		
2	1.100	-24.982	50.00	55.27	-1.28	
3	0.856	-28.798			83.49	18.40
4	0.796	-21.637				
5	0.780	-32.405			44.06	25.62
6	0.764	-28.017			75.53	5.82
Total :			233.73	177.86	201.81	49.84

Tabela 4.20: Resultados após o Corte Adicional

se reduzem a $31.92[MW]$, o que representa 13.7% da geração total. Em outras palavras, um corte de carga de 3% na direção do vetor n^* , reduz as perdas em 3.3%.

Na tabela 4.21, são mostrados os resultados obtidos através da análise de sensibilidade segundo a equação (3.44), e comparados com os resultados exatos obtidos pelo programa de otimização.

Barra #	Valores Exatos		Análise de Sensibilidade	
	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$	$V[pu]$	$\delta[^\circ]$
1	1.050	0.000	1.050	0.000
2	1.100	-24.982	1.199	-23.030
3	0.856	-28.798	0.907	-25.230
4	0.796	-21.637	0.838	-19.026
5	0.780	-32.405	0.831	-28.180
6	0.764	-28.017	0.802	-24.977

Tabela 4.21: Tensões obtidas através da Análise de Sensibilidade

Nota-se nesta tabela, que os valores aproximados das tensões, obtidos através da análise de sensibilidade são relativamente semelhantes aos valores exatos. Conforme mencionado anteriormente, isto indica que a equação (3.44), permite estimar soluções rápidas para as equações do fluxo de potência em condições de carregamento próximos da fronteira Σ . Com base nos resultados desta tabela, pode-se notar que o vetor normal n^* indica pontos de operação mais seguros dentro da região das soluções viáveis.

4.2 Sistema Reduzido Sul-Sudeste Brasileiro de 176 Barras

Este sistema é constituído de 30 barras de geração e 146 barras de carga. Das 146 barras de carga, 64 são barras de transferência. No Apêndice B, mostram-se os dados de barras, linhas e transformadores deste sistema.

4.2.1 Análise da Solução sem Consideração dos Limites de Potência Reativa

Na primeira etapa dos testes com este sistema, são desconsiderados os limites de potência reativa nas barras de geração. Para o caso em estudo, um fator de incremento de carga $f_c = 0.73$ é considerado. A tensão de partida para as barras de carga é $E = 1.0 - j0.2$; e os valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange para todas as restrições de igualdade são $\lambda = -1.0$. A tolerância especificada para o presente caso, foi de $1.00e-05$ para os desvios de potência e para a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana. Um valor reduzido foi arbitrado, com a finalidade de se verificar o grau de precisão do programa desenvolvido. Por outro lado, é importante observar que a direção de busca do ponto ótimo nas três primeiras iterações foi feita na direção de Gauss-Newton, e a partir da quarta iteração em diante, a busca foi realizada na direção de Newton. Isto foi feito com o intuito de acelerar a convergência do processo iterativo. Uma síntese do processo iterativo resultante é dada na tabela 4.22.

De forma semelhante a todos os casos estudados, a função Lagrangeana decresce monotonicamente a cada iteração. Entretanto, o gradiente da Lagrangeana sofre um pequeno acréscimo na iteração 5 para depois decrescer monotonicamente até chegar ao ponto ótimo. O gradiente da função Lagrangeana é praticamente zero na solução final, e a função Lagrangeana não o é. Isto se atribui ao fato de que os desvios de potência nas barras sujeitas ao corte de carga, são diferentes de zero na solução final, o que significa que as equações do balanço de potência do sistema elétrico não têm soluções reais. Os valores máximos que apresentaram os desvios de potência ativa e

k	passo	$\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$	$\ \nabla \mathcal{L}\ _\infty$	$\kappa(W)$	$\angle(\Delta z, -\nabla \mathcal{L})$
1	1.000	2.65e+01	1.37e+03	1.00e+09	89.695
2	1.000	4.87e-01	1.62e+02	1.20e+09	89.606
3	1.000	1.20e-02	2.55e+01	1.47e+09	89.871
4	1.000	8.37e-04	7.22e-01	6.25e+08	89.843
5	1.000	4.59e-04	1.61e+00	1.89e+09	89.930
6	1.000	3.36e-04	2.79e-01	2.05e+09	89.971
7	1.000	3.14e-04	1.55e-01	3.43e+09	89.960
8	1.000	3.13e-04	3.89e-03	3.58e+09	89.966
9	1.000	3.13e-04	4.61e-05	3.89e+09	89.937
10	1.000	3.13e-04	3.77e-10	3.90e+09	

Tabela 4.22: Processo iterativo desconsiderando a Q_G

reativa na solução ótima foram de 6.79e-03[pu] e 6.53e-03[pu], respectivamente.

Para o nível de carregamento considerado, os geradores das barras 18, 20, 47, 48, 69 e 70 ultrapassam os seus limites máximos de geração de reativos, pois a geração de potência reativa não é controlada.

O número de condicionamento de W piora à medida que o processo iterativo se aproxima da solução final. O ângulo formado pelo vetor de correção Δz e o gradiente negativo da Lagrangeana se aproxima de 90°. Mais uma vez, estes resultados confirmam a estreita relação existente entre o ângulo formado pelos vetores Δz e $-\nabla \mathcal{L}$, e o condicionamento numérico da matriz W , conforme mencionado nas análises anteriores.

Ainda para o carregamento considerado, a matriz Jacobiana do fluxo de potência apresenta um autovalor mínimo de 7.5734e-11 e dimensão do espaço nulo unitária, o que confirma a singularidade desta matriz na solução ótima.

4.2.2 Adoção de Medidas Corretivas sem Consideração dos Limites de Potência Reativa

Conforme mencionado nos casos anteriores, a medida corretiva considerada é o corte de carga na direção indicada pelo vetor normal n^* . Este corte preliminar de carga, permite atingir um ponto sobre a fronteira Σ .

A perda de potência ativa para o nível de carregamento considerado é de $193.92[MW]$, o que representa aproximadamente 5.3% da geração total.

Melhoria do Ponto de Operação

Para a melhoria do ponto de operação, um corte de carga adicional na direção do vetor n^* , correspondente a 0.5% (valor arbitrariamente escolhido) da carga no ponto $s(x^*)$, leva o ponto de operação na fronteira, até outro ponto de operação dentro da região das soluções viáveis. A gráfica do perfil de tensão antes e depois do corte adicional em função do número de barra é mostrada na figura 4.1.

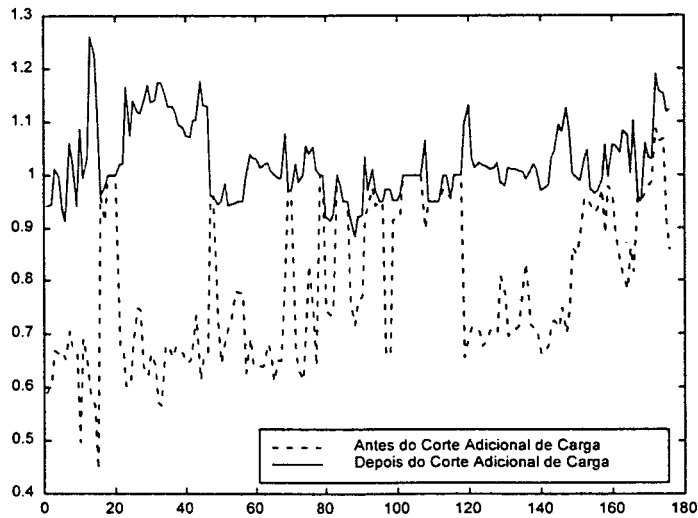


Figura 4.1: Magnitude da tensão vs. número de barra sem os limites de Q_G

Esta medida corretiva, além de melhorar o perfil da tensão significativamente, levando a tensão mais baixa de 0.446[pu] para 0.884[pu], reduz as perdas de potência ativa a 97.12[MW], o que representa uma percentagem de 3.3% da geração total de potência ativa. É interessante observar, que o corte de carga de 0.5% na direção do vetor n^* , produz uma redução das perdas em 2.0%, ou seja, duas unidades do percentual anterior.

4.2.3 Análise da Solução Considerando Limites de Potência Reativa

Visando obter uma solução mais realista das equações da rede elétrica, são consideradas neste caso, as restrições operacionais correspondentes aos limites de geração de potência reativa nas barras PV.

É considerado neste caso, um fator de incremento de carga $f_c = 0.60$. Os valores iniciais da tensão de partida e dos multiplicadores de Lagrange para todas as restrições de igualdade, são os mesmos do caso anterior, assim como o critério de convergência. A direção de busca do ponto ótimo nas cinco primeiras iterações foi feita na direção de Gauss-Newton, e a partir da sexta iteração em diante, na direção de Newton. Conforme mencionado anteriormente, isto foi feito com o intuito de acelerar a convergência do processo iterativo. A evolução deste processo iterativo é mostrada na tabela 4.23.

k	passo	$\mathcal{L}(e^k, f^k, \lambda^k)$	$\ \nabla \mathcal{L}\ _\infty$	$\kappa(W)$	$\angle(\Delta z, -\nabla \mathcal{L})$
1	1.000	2.22e+01	1.47e+03	1.00e+09	89.695
2	1.000	2.64e-01	1.45e+02	1.10e+09	89.546
3	1.000	5.63e-03	1.49e+01	1.74e+09	89.920
4	0.100	4.84e-03	1.36e+01	1.86e+10	89.992
5	0.023	4.73e-03	1.33e+01	1.48e+11	89.997
6	1.000	1.70e-03	1.87e-01	7.29e+08	89.954
7	1.000	1.69e-03	1.49e-02	2.24e+09	89.924
8	1.000	1.69e-03	5.15e-05	2.25e+09	89.952
9	1.000	1.69e-03	2.16e-09	2.26e+09	

Tabela 4.23: Processo iterativo considerando a Q_G

Semelhantermente aos casos estudados nas seções anteriores, a função Lagrangeana e o gradiente da função Lagrangeana decrescem monotonicamente a cada iteração, até chegar no ponto ótimo. O gradiente da função Lagrangeana é praticamente zero na solução final, e a função Lagrangeana é diferente de zero, indicando que os desvios de potência nas barras sujeitas ao corte de carga, são diferentes de zero na solução final. Isto significa que as equações do fluxo de potência não têm soluções reais.

Note-se na coluna 2 da tabela 4.23, que o fator de passo toma valores menores que a unidade nas iterações 4 e 5. Isto significa que o ponto de partida está longe do ponto ótimo, e que passos completos na direção de Newton poderiam resultar em divergência. A estratégia de melhoria de convergência que utiliza a interpolação quadrática e cúbica desenvolvida na seção 3.3.2 é aplicada com sucesso neste caso. Deve ser observado ainda, que nas últimas 4 iterações o fator de passo é unitário, o que significa que o método de Newton tende à convergência quadrática nos pontos próximos do ponto ótimo.

Para o nível de carregamento considerado, os geradores das barras 18, 20, 47, 48, 69 e 70 atingem os seus limites máximos de geração de reativos. Com isso, essas barras são redefinidas e passam do tipo PV para tipo PQ , com as magnitudes da tensão liberadas.

O número de condicionamento de W piora nas iterações 4 e 5 devido ao fato de que a submatriz w_{11} , no método de Gauss-Newton, não leva em conta as derivadas de segunda ordem o que faz com que W se aproxime da singularidade. Porém, na solução final o condicionamento de W é da mesma ordem de magnitude que o do caso anterior. Observa-se também, que na medida em que W se aproxima da singularidade, o ângulo formado pelo vetor de correção Δz e o gradiente negativo da Lagrangeana se aproxima de 90° . Estes resultados confirmam a estreita relação existente entre o ângulo formado pelos vetores Δz e $-\nabla \mathcal{L}$, e o condicionamento numérico da matriz W , conforme foi mencionado nas análises anteriores.

A matriz Jacobiana do fluxo de potência é singular na solução final, pois tem um autovalor mínimo de $5.5198e-11$ e dimensão do espaço nulo unitária.

4.2.4 Adoção das Medidas Corretivas Considerando Limites de Potência Reativa

Mais uma vez, a medida corretiva considerada é o corte de carga na direção do vetor normal n^* . Este corte preliminar de carga, leva o ponto de operação inviável $s(x)$ a um ponto sobre a fronteira Σ .

A perda de potência ativa nesse nível de carregamento é de $149.00[MW]$, o que representa uma percentagem aproximada de 4.4% da geração total.

Melhoria do Ponto de Operação

Com o objetivo de melhorar o perfil de tensão do sistema, efetua-se um corte adicional de carga na direção do vetor n^* correspondente a 0.2% (valor arbitrariamente selecionado) da carga na fronteira. O perfil de tensão antes e depois do corte adicional de carga em função do número de barra é mostrado na figura 4.2.

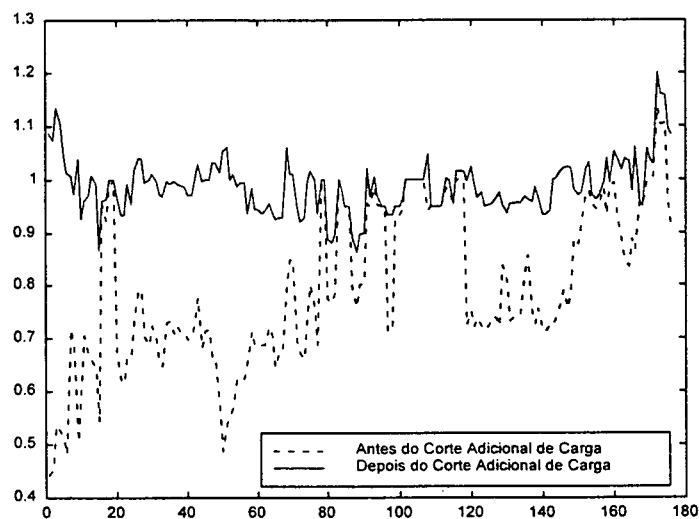


Figura 4.2: Magnitude da tensão vs. número de barra com os limites de Q_G

Esta medida corretiva, faz com que o perfil de tensão do sistema melhore signi-

ficativamente, ao ponto que a tensão mais baixa de $0.442[pu]$ se eleve para $0.861[pu]$. Ressalta-se ainda, que no novo ponto de operação as perdas de potência ativa são de $100.98[MW]$, o que representa uma percentagem aproximada de 3.3% da geração total.

4.3 Conclusão

Os resultados da simulação dos sistemas Ward-Hale e do equivalente do sistema Sul-Sudeste Brasileiro mostram a potencialidade do método na obtenção de soluções viáveis do problema de fluxo de potência para situações onde as equações do fluxo de potência não tem soluções reais.

Baseado nos resultados obtidos para os casos considerados, conclui-se que:

1. Em níveis de carregamento afastados da superfície de fronteira Σ , para pontos de partida suficientemente próximos da solução ótima, o método de Newton converge à solução em poucas iterações, independentemente do tamanho do sistema;
2. O fator de passo previne a divergência do processo iterativo para pontos de partida distantes da solução ótima e não dificulta a convergência quadrática para pontos de partida próximos da solução ótima;
3. Para especificações de demanda próximas da fronteira Σ , a matriz W apresenta pior condicionamento numérico do que para especificações de demanda distantes da fronteira, o qual repercute no número de iterações do método de Newton;
4. Para especificações de demanda próximas da fronteira Σ , o ângulo formado pelo vetor de correção Δz e o gradiente negativo da função Lagrangeana $-\nabla \mathcal{L}$ oscila em torno de 90° ao longo de todo o processo iterativo. Isto indica uma estreita relação entre este ângulo e o número de condicionamento da matriz W ;

5. Para pontos de partida distantes da solução ótima, durante as primeiras iterações a busca do ponto ótimo deve ser realizada na direção de Gauss-Newton levando em conta o fator de passo;
6. O autovetor à esquerda w^* correspondente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana singular é obtido como um subproduto da solução do problema de otimização, e é constituído pelo vetor normal n^* a Σ , e pelos multiplicadores de Lagrange λ^* correspondentes às restrições de igualdade;
7. O vetor normal n^* define a magnitude e a direção ótima do corte de carga que garante o retorno à região das soluções viáveis do fluxo de potência;
8. A inclusão dos limites operacionais de geração de potência reativa das barras PV é simples, e seu tratamento apresenta quase o mesmo grau de dificuldade que o dos programas de fluxo de potência convencional.

Os resultados mostrados são apenas válidos para modelos estáticos de carga do tipo potência constante.

Capítulo 5

Conclusões

Neste trabalho, foi abordado o problema de não-solvabilidade das equações da rede elétrica para especificações de demanda fora da região das soluções viáveis. Resultados numéricos com um sistema de pequeno e de médio porte mostraram as características de robustez e de eficiência da abordagem apresentada.

A metodologia proposta é simples, desde que ela envolve apenas as conhecidas equações do fluxo de potência convencional, e permite realizar uma análise integrada do fenômeno de colapso de tensão e do fluxo de potência ótimo.

Na solução ótima, as características mais relevantes da abordagem apresentada são:

- O vetor normal à superfície onde a matriz Jacobiana do fluxo de potência é singular é obtido de forma simples, como um subproduto do processo iterativo;
- O autovetor à esquerda correspondente ao autovalor zero da matriz Jacobiana singular é obtido, e é constituído pelo vetor normal à superfície de fronteira Σ , e pelos multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade, respectivamente.

O módulo do vetor normal é uma medida do grau de não-solvabilidade das equações do fluxo de potência, desde que ele representa a distância mínima do ponto

sem soluções reais à fronteira da região das soluções reais. A direção do vetor normal, indica a direção ótima do corte de carga que garante o retorno à região das soluções viáveis.

O autovetor à esquerda correspondente ao autovalor zero da matriz Jacobiana do fluxo de potência, pode ser utilizado para identificar os nós mais propensos ao colapso de tensão, conhecidos como nós “fracos”, e para analisar a possibilidade de realizar compensação de potência reativa em diferentes pontos da rede elétrica.

Na região das soluções viáveis, o problema de otimização proposto com busca do ponto ótimo na direção de Gauss-Newton, se reduz ao método convencional de Newton-Raphson para o problema do fluxo de potência. Ambos os métodos convergem exatamente no mesmo número de iterações para pontos de partida iguais, independentemente dos valores iniciais assumidos pelos multiplicadores de Lagrange.

As características acima mencionadas, possibilitam que a metodologia apresentada seja utilizada como uma ferramenta eficaz na operação e planejamento de sistemas de potência, permitindo que o analista da rede tome as ações corretivas mais eficientes para evitar problemas de instabilidade e/ou colapso de tensão.

Com relação ao desempenho do método de Newton de otimização, as seguintes observações são relevantes:

- O algoritmo é numericamente robusto, desde que a matriz W do sistema linear a ser resolvido seja não singular ao longo de todo o processo iterativo;
- O número de iterações requerido pelo processo iterativo depende principalmente da especificação da demanda, desde que, para especificações próximas da fronteira Σ o número de condicionamento da matriz W piora, o que incrementa significativamente o número de iterações;
- É permitida a inclusão nas restrições de igualdade, as barras com contratos fixos de venda de energia e barras com preços de energia elevados. Isto significa que, podem ser utilizados critérios econômicos, além de critérios técnicos, no corte de carga;

- É permitida a incorporação de procedimentos simples, tais como estratégias baseadas em busca lineares, que reduzem a possibilidade de divergência do algoritmo, e tiram proveito da propriedade de convergência quadrática para pontos próximos do ponto ótimo;
- O método permite a inclusão dos limites operacionais de geração de potência reativa das barras *PV*, com quase o mesmo grau de dificuldade que o dos programas do fluxo de potência convencional; esta inclusão por sua vez permite representar de maneira mais fiel o comportamento físico do sistema;
- A combinação das direções de Newton e Gauss-Newton torna mais rápido o processo iterativo. Durante as primeiras iterações, é mais vantajoso avançar na direção de Gauss-Newton. Nas iterações subsequentes, esta direção é modificada para a de Newton, até a convergência final.

5.1 Sugestões para Futuros Trabalhos

A seguir, são apresentadas algumas sugestões para continuidade da pesquisa relacionada ao presente trabalho.

- Incluir como variáveis de controle no modelo, os taps dos transformadores com comutação sob carga;
- Incluir outros modelos de carga utilizados na análise de colapso de tensão; por exemplo, impedância constante, corrente constante, ou qualquer combinação destes tipos;
- Utilizar o método proposto para a obtenção de soluções múltiplas das equações do fluxo de potência em condições próximas do limite de máximo carregamento, porém na região das soluções viáveis;
- Utilizar o método proposto com as equações do fluxo de potência parametrizadas, de forma a permitir obter informações sobre o caminho percorrido pelo método de Newton;

- Utilizar na solução do problema proposto, métodos de otimização mais elaborados; por exemplo métodos do tipo Levenberg-Marquardt e métodos baseados na região de confiança;
- Implementar a metodologia proposta usando técnicas de processamento paralelo e vetorial que levem em consideração técnicas de compactação e esparsidade, e aplicar na análise de sistemas de grande porte.

Bibliografia

- [1] Y. Wallach, "Gradient Methods for Load-Flow Problems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, N° 5, May 1968, pp. 1314-1318.
- [2] A.M. Sasson, "Nonlinear Programming Solutions for Load-Flow, Minimum-Loss, and Economic Dispatching Problems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, N° 4, April 1969, pp. 399-409.
- [3] A.M. Sasson, C. Treviño, e F. Aboytes, "Improved Newton's Load Flow through a Minimization Technique", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, September/October 1971, pp. 1974-1981.
- [4] A.M. Sasson, F. Vilorio, e F. Aboytes, "Optimal Load Flow Solution using the Hessian Matrix", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, January/February 1973, pp. 31-41.
- [5] V.A. Venikov, V.A. Stroeve, V.I. Idelchick, e V.I. Tarasov, "Estimation of Electrical Power System Steady-State Stability in Load Flow Calculations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-94, N° 3, May/June 1975, pp. 1034-1041.
- [6] S. Iwamoto, e Y. Tamura, "A Fast Load Flow Method Retaining Nonlinearity", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, N° 5, September/October 1978, pp. 1586-1599.
- [7] S. Abe, N. Hamada, A. Isono, e K. Okuda, "Load Flow Convergence in the Vicinity of a Voltage Stability Limit", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, N° 6, November/December 1978, pp. 1983-1993.

- [8] S. Iwamoto, e Y. Tamura, "A Load Flow Calculation Method for Ill-conditioned Power Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, N° 4, April 1981, pp. 1736-1743.
- [9] P.E. Gill, W. Murray, e M. Wright, *Practical Optimization*, Academic Press, London, 1981.
- [10] Y. Tamura, H. Mori, e S. Iwamoto, "Relationship between Voltage Instability and Multiple Load Flow Solutions in Electrical Power Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, N° 5, May 1983, pp. 1115-1125.
- [11] D.I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, e W.F. Tinney, "Optimal Power Flow by Newton Approach", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, N° 10, October 1984, pp. 2864-2880.
- [12] R.C. Burchett, H.H. Happ, e D.R. Vierath, "Quadratically Convergent Optimal Power Flow", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, N° 11, November 1984, pp. 3267-3275.
- [13] D.G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1984.
- [14] B. Stott, O. Alsac, e A.J. Monticelli, "Security Analysis and Optimization", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 75, N° 12, December 1987, pp. 1623-1644.
- [15] M. Dehnel, e H.W. Dommel, "A Method for Identifying Weak Nodes in Non-convergent Load Flows", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 4, N° 2, May 1989, pp. 801-807.
- [16] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, e T. Watanabe, "A Method for Finding a Pair of Multiple Load Flow Solutions in Bulk Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, N° 2, May 1990, pp. 582-591.
- [17] P.W. Sauer, e M.A. Pai, "Power System Steady-State Stability and the Load-Flow Jacobian", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, N° 4, November 1990, pp. 1374-1383.

- [18] IEEE Working Group on Voltage Stability of Power Systems: *Concepts, Analytical Tools, and Industry Experience*, IEEE 90 TH0358-2-PWR, 1990.
- [19] Å. Björck, *Least Squares Methods*, in *Handbook of Numerical Analysis*, Vol. 1, Ed. P.G. Ciarlet and J.L. Lions, Elsevier-North Holland, 1990, pp. 465-652.
- [20] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, e B.P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*, Second Edition, Cambridge University Press, 1992.
- [21] I. Dobson, "Observations on the Geometry of Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 39, N° 3, March 1992, pp. 240-243.
- [22] C.W. Taylor, "Concepts of Undervoltage Load Shedding for Voltage Stability", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 7, N° 2, April 1992, pp. 480-488.
- [23] F.D. Galiana, e Z.C. Zeng, "Analysis of the Load Flow Behaviour near a Jacobian Singularity", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, N° 3, August 1992, pp. 1362-1369.
- [24] I. Dobson, e L. Lu, "Computing an Optimum Direction in Control Space to Avoid Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, N° 10, October 1992, pp. 1616-1620.
- [25] Z.C. Zeng, F.D. Galiana, B.T. Ooi, e N. Yorino, "A Simplified Approach to Estimate Maximum Loading Conditions in the Load Flow Problem", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, N° 2, May 1993, pp. 646-654.
- [26] I. Dobson, e L. Lu, "New Methods for Computing a Closest Saddle Node Bifurcation and Worst Case Load Power Margin for Voltage Collapse", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, N° 3, August 1993, pp. 905-913.
- [27] T.Q. Tuan, J. Fandino, N. Hadjsaid, J.C. Sabonnadière, e H. Vu, "Emergency Load Shedding to Avoid Risks of Voltage Instability using Indicators", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, N° 1, February 1994, pp. 341-351.

- [28] T.J. Overbye, "A Power Flow Measure for Unsolvable Cases", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, N° 3, August 1994, pp. 1359-1365.
- [29] T.J. Overbye, "Computation of a Practical Method to Restore Power Flow Solvability", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, N° 1, February 1995, pp. 280-287.
- [30] F. Soto Encinas, *Modelo para la Compensación de Potencia Reactiva en Sistemas Eléctricos*, Proyecto de Grado, Universidad Mayor de San Simón, Cochabamba, Bolivia, marzo de 1996.
- [31] S. Granville, J.C.O. Mello, e A.C.G. Melo, "Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, N° 2, May 1996, pp. 1096-1103.
- [32] J. Nocedal, *Large Scale Unconstrained Optimization*, Technical Report, Department of Electrical and Computer Engineering, Northwestern University, USA, June 1996, pp. 1-24.
- [33] T. Van Cutsem, e D. Karlsson "Tutorial on Voltage Stability", *12th Power Systems Computation Conference*, Dresden, Germany, August 1996, pp. 177-233.
- [34] S. Granville, M.L. Latorre, e J.R. Ojeda, "Colapso de Tensão e Fluxo de Potência Ótimo em Sistemas de Potência", *ELETROEVOLUÇÃO*, Outubro de 1996, pp. 47-53.
- [35] C.A. Castro, e L.M.C. Braz, "Uma Nova Abordagem para a Solução do Problema de Fluxo de Carga pelo Método de Newton com Otimização de Passo", *SBA Controle & Automação*, Vol. 8, N° 3, Set., Out., Nov. e Dezembro 1997, pp. 121-133.
- [36] L.V. Barboza, "Análise e Desenvolvimento de Metodologias Corretivas para a Restauração da Solução das Equações da Rede Elétrica", Tese de Doutorado em desenvolvimento, Exame de Qualificação em Março de 1999.

Apêndice A

Formulação Matricial do Problema

O problema geral de otimização apresentado no capítulo 3 é formulado em forma matricial levando em conta todos os detalhes relevantes que precisam ser apontados na sua implementação. O programa de otimização foi desenvolvido em Matlab 5.0 com considerações de esparsidade.

Para maior facilidade e compreensão, é apresentado um exemplo numérico completo para o sistema padrão de Ward-Hale correspondente a um fator de carga $f_c = 0.75$, sem consideração dos limites de geração de potência reativa.

A matriz admitância de barras $Y = G + jB$ em valores $[pu]$, é

$$Y = \begin{bmatrix} 0.9922 & & & -0.5583 & & -0.4339 \\ & 1.0214 & -0.4449 & & -0.5765 & \\ & -0.4449 & 0.4449 & & & \\ -0.5583 & & & 1.1124 & & -0.5541 \\ & -0.5765 & & & 0.5765 & \\ -0.4339 & & & -0.5541 & & 0.9880 \end{bmatrix} + \dots$$

$$j \begin{bmatrix} -4.4095 & & & 2.5820 & & 1.8275 \\ & -1.9545 & 0.6461 & & 1.3085 & \\ & 0.6461 & -8.1649 & 8.2707 & & \\ 2.5820 & & 8.2707 & -14.0047 & & 2.3249 \\ & 1.3085 & & & -4.6418 & 3.4167 \\ 1.8275 & & & 2.3249 & 3.4167 & -7.6545 \end{bmatrix}$$

Para o nível de carregamento considerado, a geração $S_G = P_G + jQ_G$ em $[MW]$ e $[Mvar]$, e a demanda $S_L = P_L + jQ_L$ em $[MW]$ e $[Mvar]$ respectivamente, são

$$S_G = \begin{bmatrix} 0 \\ 50.0000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; S_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 96.2500 \\ 0 \\ 52.5000 \\ 87.5000 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 22.7500 \\ 0 \\ 31.5000 \\ 8.7500 \end{bmatrix}$$

Levando em conta que todas as grandezas devem ser expressas em valores $[pu]$; as potências ativa e reativa líquidas especificadas $P^{esp} = P_G - P_L$ e $Q^{esp} = Q_G - Q_L$, e o quadrado do módulo da tensão na barra PV , são

$$P^{esp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5000 \\ -0.9625 \\ 0 \\ -0.5250 \\ -0.8750 \end{bmatrix}; Q^{esp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.2275 \\ 0 \\ -0.3150 \\ -0.0875 \end{bmatrix}; (V^{esp})^2 = 1.2100$$

Desde que a tensão na barra de referência (barra 1) não forma parte dos valores a serem determinados em um problema de fluxo de potência, e levando em conta que a barra 2 é do tipo PV , as barras 3, 5 e 6 são barras de carga (tipo PQ); e a barra 4 é barra de transferência (tipo SC), o problema de otimização a ser resolvido, é

$$\begin{aligned} \min \quad f(x) &= \frac{1}{2} [S_1 - s_1(x)]^T [S_1 - s_1(x)] \\ \text{s.a.} \quad g(x) &= S_2 - s_2(x) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

onde,

$$\begin{aligned} [S_1 - s_1(x)] &= \begin{bmatrix} \Delta P_{PV+PQ} \\ \Delta Q_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2^{esp} - P_2(x) \\ P_3^{esp} - P_3(x) \\ P_5^{esp} - P_5(x) \\ P_6^{esp} - P_6(x) \\ Q_3^{esp} - Q_3(x) \\ Q_5^{esp} - Q_5(x) \\ Q_6^{esp} - Q_6(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5000 - P_2(x) \\ -0.9625 - P_3(x) \\ -0.5250 - P_5(x) \\ -0.8750 - P_6(x) \\ -0.2275 - Q_3(x) \\ -0.3150 - Q_5(x) \\ -0.0875 - Q_6(x) \end{bmatrix} \\ [S_2 - s_2(x)] &= \begin{bmatrix} \Delta V_{PV}^2 \\ \Delta P_{SC} \\ \Delta Q_{SC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (V_2^{esp})^2 - (V_2(x))^2 \\ P_4^{esp} - P_4(x) \\ Q_4^{esp} - Q_4(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2100 - (V_2(x))^2 \\ -P_4(x) \\ -Q_4(x) \end{bmatrix} \\ x &= \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}; \begin{cases} \text{onde, } e \text{ e } f \text{ são consideradas para as barras do tipo} \\ PV, PQ \text{ e } SC; \text{ exceto a barra de referência.} \end{cases} \end{aligned}$$

O problema consiste em se determinar os valores de x , tal que o problema de otimização (A.1) seja minimizado. Observe-se que os valores de x correspondentes à barra de referência são especificados e não precisam ser determinados.

Para aplicar o método de Newton a este problema de otimização, transforma-se o problema com restrições de igualdade (A.1), em um problema sem restrições através da inclusão dos multiplicadores de Lagrange, ou seja

$$\min \mathcal{L}(x, \lambda) = \frac{1}{2} [S_1 - s_1(x)]^T [S_1 - s_1(x)] + [\lambda]^T [S_2 - s_2(x)] \quad (\text{A.2})$$

onde,

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{PV} \\ \lambda_{PSC} \\ \lambda_{QSC} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

As condições de otimalidade de primeira ordem de Lagrange, exigem que o seguinte sistema de equações não-lineares seja resolvido a cada iteração

$$\begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L} \\ \nabla_\lambda \mathcal{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_1^T [S_1 - s_1(x)] - J_2^T [\lambda] \\ S_2 - s_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

com J_1 , J_2 , $s_1(x)$ e $s_2(x)$ avaliados no ponto corrente (x, λ) .

A linearização do sistema não-linear (A.4) em torno do ponto corrente (x, λ) por intermédio da série de Taylor, resulta em um sistema de equações lineares da forma

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x \mathcal{L} \\ \nabla_\lambda \mathcal{L} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$W \Delta z = b \quad (\text{A.6})$$

onde,

$$w_{11} = J_1^T J_1 - H_{11} \quad (\text{A.7})$$

$$w_{12} = -J_2^T \quad (\text{A.8})$$

$$w_{21} = -J_2 \quad (\text{A.9})$$

$$w_{22} = [0] \quad (\text{A.10})$$

$$H_{11} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ -h_{12} & h_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} h_{11} = & G^T [\text{diag}(\Delta P_{PV+PQ}) + \text{diag}(\lambda_{PSC})] + [\text{diag}(\Delta P_{PV+PQ}) + \text{diag}(\lambda_{PSC})] G... \\ & - B^T [\text{diag}(\Delta Q_{PQ}) + \text{diag}(\lambda_{QSC})] - [\text{diag}(\Delta Q_{PQ}) + \text{diag}(\lambda_{QSC})] B... \\ & + 2 \text{diag}(\lambda_{PV}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{12} = & B^T [\text{diag}(\Delta P_{PV+PQ}) + \text{diag}(\lambda_{PSC})] - [\text{diag}(\Delta P_{PV+PQ}) + \text{diag}(\lambda_{PSC})] B... \\ & + G^T [\text{diag}(\Delta Q_{PQ}) + \text{diag}(\lambda_{QSC})] - [\text{diag}(\Delta Q_{PQ}) + \text{diag}(\lambda_{QSC})] G \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
diag(\Delta P_{PV+PQ}) &= diag \begin{bmatrix} 0.5000 - P_2(x) \\ -0.9625 - P_3(x) \\ 0 \\ -0.5250 - P_5(x) \\ -0.8750 - P_6(x) \end{bmatrix} \\
diag(\Delta Q_{PQ}) &= diag \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2275 - Q_3(x) \\ 0 \\ -0.3150 - Q_5(x) \\ -0.0875 - Q_6(x) \end{bmatrix} \\
diag(\lambda_{PV}) &= diag \begin{bmatrix} \lambda_{V_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{V_2} & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \\
diag(\lambda_{PSC}) &= diag \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda_{P_4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \lambda_{P_4} & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \\
diag(\lambda_{QSC}) &= diag \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda_{Q_4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \lambda_{Q_4} & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

onde as matrizes G e B , têm as suas linhas e colunas correspondentes à barra de referência eliminadas.

A resolução do problema de otimização (A.2) em forma iterativa, segue os seguintes passos:

1. Para $k = 0$, assumir que a tensão de partida é

$$E^k = e^k + j f^k = \begin{bmatrix} 1.0500 \\ 1.0786 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0.0000 \\ -0.2157 \\ -0.2000 \\ -0.2000 \\ -0.2000 \\ -0.2000 \end{bmatrix}$$

e que o vetor dos multiplicadores de Lagrange é

$$\lambda^k = \begin{bmatrix} \lambda_{V_2}^k \\ \lambda_{P_4}^k \\ \lambda_{Q_4}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.00 \\ -1.00 \\ -1.00 \end{bmatrix}$$

2. Para esses valores de (x^k, λ^k) , as potências ativa e reativa calculadas com base nas equações (2.4) e (2.5); e o quadrado do módulo da tensão na barra 2 segundo a equação (2.6), são

$$P^k = \begin{bmatrix} 0.9781 \\ 0.0901 \\ -0.0364 \\ -0.5478 \\ -0.0472 \\ -0.3881 \end{bmatrix}; Q^k = \begin{bmatrix} 0.0231 \\ 0.1724 \\ -0.8348 \\ 0.9516 \\ -0.1937 \\ 0.1617 \end{bmatrix}; (V^k)^2 = 1.2100$$

Logo, os vetores de resíduos de potência ativa e reativa na função objetivo, são

$$[S_1 - s_1(x)] = \begin{bmatrix} P_2^{esp} - P_2(x) \\ P_3^{esp} - P_3(x) \\ P_5^{esp} - P_5(x) \\ P_6^{esp} - P_6(x) \\ Q_3^{esp} - Q_3(x) \\ Q_5^{esp} - Q_5(x) \\ Q_6^{esp} - Q_6(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4099 \\ -0.9261 \\ -0.4778 \\ -0.4869 \\ 0.6073 \\ -0.1213 \\ -0.2492 \end{bmatrix}$$

Semelhantemente, o vetor das restrições de igualdade, é

$$[S_2 - s_2(x)] = \begin{bmatrix} (V_2^{esp})^2 - (V_2(x))^2 \\ P_4^{esp} - P_4(x) \\ Q_4^{esp} - Q_4(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5478 \\ -0.9516 \end{bmatrix}$$

e as matrizes J_1^T e J_2^T , são

$$J_1^T = \begin{bmatrix} 1.5729 & -0.5741 & -0.8382 & -0.5571 & -1.1932 \\ -0.6192 & 2.2034 & & 7.2662 & \\ & -1.6541 & -1.0191 & -8.2707 & -2.2141 \\ -0.9042 & & 1.4968 & -0.6833 & 4.3312 & -3.4167 \\ & & -0.6833 & 2.1147 & -3.4167 & 7.5377 \\ 1.7181 & -0.5571 & -1.1932 & 0.5741 & 0.8382 & \\ -0.6009 & 8.8856 & & -1.9523 & & \\ & -8.2707 & -2.2141 & 1.6541 & & 1.0191 \\ -1.2870 & & 4.7218 & -3.4167 & -1.5130 & 0.6833 \\ & & -3.4167 & 7.3761 & 0.6833 & -2.9232 \end{bmatrix}$$

$$J_2^T = \begin{bmatrix} 2.1573 \\ -1.6541 & -8.2707 \\ 3.2036 & 14.5918 \\ -1.0191 & -2.2141 \\ -0.4315 \\ -8.2707 & 1.6541 \\ 12.9726 & -4.6230 \\ -2.2141 & 1.0191 \end{bmatrix}$$

Nestas expressões, os elementos de J_1^T e J_2^T , foram obtidos derivando-se as equações (2.4), (2.5) e (2.6), em relação às tensões nas barras PV e em relação às tensões nas barras de carga (nesse ordem). Para uma melhor compreensão do ordem de derivação, o leitor deve-se referir à equação (A.12);

3. O cálculo do vetor gradiente da função Lagrangeana, segundo a equação (A.4), da

$$\nabla \mathcal{L}(x^k, \lambda^k) = \begin{bmatrix} 0.7739 \\ -12.0431 \\ 20.2383 \\ 0.4272 \\ -1.0664 \\ -2.4687 \\ 3.0445 \\ -1.1387 \\ 1.1070 \\ 0.1182 \\ 0 \\ 0.5478 \\ -0.9516 \end{bmatrix}$$

4. A norma infinita do gradiente $\|\nabla \mathcal{L}(x^k, \lambda^k)\|_{\infty} = 20.2383 > 10^{-05}$, é maior do que a tolerância especificada;

5. A matriz H_{11} , é

$$H_{11} = \begin{bmatrix} -1.1627 & -0.1627 & & & 0.1979 & & & \\ -0.1627 & 9.0929 & 3.2480 & & & & & \\ & 3.2480 & -30.2341 & & & 3.7282 & & \\ 0.1979 & & & & -1.6773 & 1.2659 & & \\ & & 3.7282 & 1.2659 & -4.7769 & & & \\ & 1.1333 & & 1.0916 & & & & \dots \\ -1.1333 & & 0.6111 & & & & & \\ & -0.6111 & & & & -0.7769 & & \\ -1.0916 & & & & & 0.0309 & & \\ & & 0.7769 & -0.0309 & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 & -1.1333 & & -1.0916 & & \\
 1.1333 & & -0.6111 & & & \\
 & 0.6111 & & & 0.7769 & \\
 1.0916 & & & & -0.0309 & \\
 & & -0.7769 & 0.0309 & & \\
 \dots & -1.1627 & -0.1627 & & 0.1979 & \\
 & -0.1627 & 9.0929 & 3.2480 & & \\
 & & 3.2480 & -30.2341 & & 3.7282 \\
 & 0.1979 & & & -1.6773 & 1.2659 \\
 & & & 3.7282 & 1.2659 & -4.7769
 \end{bmatrix}$$

após ter obtido H_{11} , constroi-se a matriz W para resolver o sistema linear (A.6), e determinar o vetor de correções $(\Delta x^k, \Delta \lambda^k)$; ou seja

$$\Delta x^k = \begin{bmatrix} \Delta e_2 \\ \Delta e_3 \\ \Delta e_4 \\ \Delta e_5 \\ \Delta e_6 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \\ \Delta f_4 \\ \Delta f_5 \\ \Delta f_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0022 \\ 0.0796 \\ -0.0364 \\ -0.0952 \\ -0.0851 \\ -0.0110 \\ -0.2614 \\ -0.1378 \\ -0.1652 \\ -0.1511 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\Delta \lambda^k = \begin{bmatrix} \Delta \lambda_{V2} \\ \Delta \lambda_{P4} \\ \Delta \lambda_{Q4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5018 \\ 0.7304 \\ 0.6544 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

6. Faz-se $k = 1$, e atualiza-se (x^{k+1}, λ^{k+1}) ; quer dizer

$$E^{k+1} = E^k + \Delta E^k = \begin{bmatrix} 1.0500 \\ 1.0764 \\ 1.0796 \\ 0.9636 \\ 0.9048 \\ 0.9149 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0.0000 \\ -0.2267 \\ -0.4614 \\ -0.3378 \\ -0.3652 \\ -0.3511 \end{bmatrix}$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \Delta\lambda^k = \begin{bmatrix} -0.4982 \\ -0.2696 \\ -0.3456 \end{bmatrix}$$

Feita a atualização, volta-se para o passo 2 e continua-se com o processo iterativo até satisfazer,

$$\|\nabla \mathcal{L}(x^k, \lambda^k)\|_{\infty} \leq 10^{-05}$$

o qual acontece na iteração 9.

Porém; é importante esclarecer que a direção de busca do ponto ótimo neste exemplo é sempre na direção de Newton, a diferença do exemplo apresentado no capítulo 4; onde na primeira iteração a busca foi realizada na direção de Gauss-Newton. Este fato repercute no número de iterações que leva o processo iterativo.

Barra #	Tipo	Carga		Cond. e Susc. Shunt	
	PV/PQ	$P[MW]$	$Q[Mvar]$	$G_{sh}[MW]$	$B_{sh}[Mvar]$
1	3				
2	2				
3	1	55.000	13.000		
4	1				
5	1	30.000	18.000		
6	1	50.000	5.000		

Tabela B.2: Dados de Demanda para o Sistema Ward-Hale

Barras		Linhas / Trafos		Susc. Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	$r[pu]$	$x[pu]$	$b[pu]$	a
1	4	0.0800	0.3700	0.0000	
1	6	0.1230	0.5180	0.0000	
2	3	0.7230	1.0500	0.0000	
2	5	0.2820	0.6400	0.0000	
4	6	0.0970	0.4070	0.0000	
4	3		0.1330		1.1000
6	5		0.3000		1.0250

Tabela B.3: Dados de Linhas para o Sistema Ward-Hale

B.2 Sistema Sul-Sudeste Brasileiro

Barra #	Geração	Q_G [Mvar]		Tensão	P_G [MW]	
	P_G [MW]	Q_{\max}	Q_{\min}	V [pu]	P_{\max}	P_{\min}
16	7.300	995.000	-995.000	0.960	10.950	0.730
18	8.600	10.000	-7.000	1.000	12.900	0.860
19	8.600	910.000	-907.000	1.000	12.900	0.860
20	3.400	4.000	-4.000	1.000	5.100	0.340
47		5.000	-5.000	0.960		
48		5.000	-5.000	0.960		
69	4.400	2.000	-2.000	0.970	6.600	0.440
70	4.400	2.000	-2.000	0.970	6.600	0.440
78		999.000	-999.000	1.000		
79	25.000	938.000	-999.000	1.000	37.500	2.500
83		999.000	-999.000	1.000		
84	33.000	955.000	-999.000	0.980	49.500	3.300
85		999.000	-999.000	0.950		
86	80.000	125.000	-999.000	0.950	120.000	8.000
95	70.000	1000.000	-999.000	0.950	105.000	7.000
96	70.000	1000.000	-999.000	0.950	105.000	7.000
102		168.000	-168.000	1.000		
103		168.000	-168.000	1.000		
104	125.000	168.000	-168.000	1.000	187.500	12.500
105	125.000	168.000	-168.000	1.000	187.500	12.500
106	125.000	168.000	-168.000	1.000	187.500	12.500
107	125.000	168.000	-168.000	1.000	187.500	12.500
109		150.000	-150.000	0.950		
110	300.000	150.000	-150.000	0.950	450.000	30.000
111	300.000	150.000	-150.000	0.950	450.000	30.000
112	300.000	150.000	-150.000	0.950	450.000	30.000
116	98.500	108.000	-108.000	1.000	147.750	9.850
117	98.500	108.000	-108.000	1.000	147.750	9.850
118	98.500	108.000	-108.000	1.000	147.750	9.850
168		999.000	-999.000	0.950	1498.500	99.900

Tabela B.4: Dados de Geração para o Sistema Sul-Sudeste Brasileiro

Barra #	Tipo	Carga		Cond. e Susc. Shunt	
	PV/PQ	P[MW]	Q[Mvar]	G_{sh} [MW]	B_{sh} [Mvar]
1	1	4.880	2.400		
2	1	7.200	4.160	0.00	0.03
3	1	1.520	0.720		
4	1	2.800	1.360		
5	1	5.440	3.040	0.00	0.02
6	1	13.840	7.200	0.00	0.02
7	1	2.560	0.400		
8	1	4.720	3.120		
9	1	6.880	2.240	0.00	0.02
10	1	22.720	9.040	0.00	0.05
11	1				
12	1	7.200	3.360		
13	1	1.200	0.560		
14	1	4.160	1.920	0.00	0.03
15	1	14.800	6.080		
16	2	0.080	0.080		
17	1				
18	2				
19	2				
20	2				
21	1				
22	1	22.320	8.080	0.00	0.05
23	1	2.320	1.680		
24	1	18.800	6.880	0.00	0.01
25	1	1.440	1.120		
26	1	4.240	1.200	0.00	0.02
27	1	5.040	1.520	0.00	0.02
28	1	4.000	2.240		
29	1	4.480	2.000		
30	1	8.000	2.080	0.00	0.02
31	1	3.600	2.000		
32	1				
33	1				
34	1	0.640	0.240		
35	1				
36	1				
37	1	6.400	3.200		

Tabela B.5: Dados de Demanda para o Sistema Sul-Sudeste Brasileiro

Barra #	Tipo	Carga		Cond. e Susc. Shunt	
	PV/PQ	P[MW]	Q[Mvar]	G_{sh} [MW]	B_{sh} [Mvar]
38	1	3.200	1.600		
39	1	5.040	2.320		
40	1	5.600	3.040		
41	1				
42	1				
43	1				
44	1				
45	1				
46	1				
47	2	0.400	0.160		
48	2	0.400	0.160		
49	1	2.720	0.960		
50	1				
51	1				
52	1				
53	1				
54	1				
55	1				
56	1				
57	1	8.000	4.800		
58	1	2.800	0.800		
59	1	3.120	2.240		
60	1	3.200	2.080		
61	1	6.400	4.000	0.00	0.01
62	1	7.040	4.400		
63	1	4.400	2.400		
64	1	6.400	2.800		
65	1	4.800	2.400		
66	1	3.600	2.000		
67	1	3.600	2.000		
68	1	0.320	0.160		
69	2				
70	2				
71	1	1.600	0.800		
72	1	8.800	5.600		
73	1	8.000	6.400	0.00	0.03
74	1				

Barra #	Tipo	Carga		Cond. e Susc. Shunt	
	PV/PQ	P[MW]	Q[Mvar]	G_{sh} [MW]	B_{sh} [Mvar]
75	1				
76	1				
77	1	6.880	4.800	0.00	0.02
78	2	1.000	0.480		
79	2	1.000	0.480		
80	1	8.000	4.380		
81	1	18.020	11.640		
82	1				
83	2	1.320	0.640		
84	2	1.320	0.640		
85	2	3.200	1.600		
86	2	3.200	1.600		
87	1	7.200	3.690		
88	1	50.700	19.090		
89	1	19.490	7.660		
90	1				
91	1	27.200	12.000		
92	1	0.400	0.160		
93	1	11.200	3.200		
94	1				
95	2				
96	2				
97	1	29.870	4.750		
98	1				
99	1			0.00	-0.15
100	1				
101	1	139.360	-2.450		
102	2	2.640	0.000		
103	2	2.640	0.000		
104	2	0.240	0.000		
105	2	0.240	0.000		
106	2	0.240	0.000		
107	2	0.240	0.000		
108	1	51.360	-11.840		
109	2	3.920	0.000		
110	2	0.480	0.000		
111	2	0.480	0.000		

Barra #	Tipo	Carga		Cond. e Susc. Shunt	
	PV/PQ	P[MW]	Q[Mvar]	G_{sh} [MW]	B_{sh} [Mvar]
112	2	0.480	0.000		
113	1				
114	1				
115	1	208.320	-17.360		
116	2	1.180	0.000		
117	2	1.180	0.000		
118	2	1.180	0.000		
119	1				
120	1				
121	1				
122	1				
123	1				
124	1				
125	1				
126	1				
127	1				
128	1				
129	1	9.230	1.700		
130	1	7.730	4.380		
131	1				
132	1				
133	1				
134	1				
135	1	8.170	-4.260		
136	1				
137	1				
138	1				
139	1	-9.520	-12.080		
140	1	85.200	53.570		
141	1	14.720	4.900		
142	1	19.540	4.560		
143	1				
144	1				
145	1				
146	1				
147	1				
148	1				

Barra #	Tipo	Carga		Cond. e Susc. Shunt	
	PV/PQ	P[MW]	Q[Mvar]	G_{sh} [MW]	B_{sh} [Mvar]
149	1	1.040	0.000		
150	1				
151	1	-23.520	21.640		
152	1	14.400	7.200		
153	1	-2.370	-40.640		
154	1	78.400	-20.800		
155	1				
156	1	-3.200	14.400		
157	1	57.070	6.360		
158	1				
159	1	109.920	-41.120		
160	1	93.360	-7.410		
161	1	14.400	6.400		
162	1	264.320	104.400		
163	1				
164	1				
165	1				
166	1				
167	1				
168	3	2.480	0.000		
169	1	-200.000	298.640		
170	1				
171	1	3.760	0.000		
172	1	596.000	125.600	0.00	-3.00
173	1	2.000	0.000	0.00	-2.00
174	1			0.00	-3.00
175	1	3.520	0.000	0.00	-3.00
176	1	1.280	0.000		

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	$r[pu]$	$x[pu]$	$b[pu]$	a
16	17	0.1278	0.1881	0.0001	
21	20		3.0000		1.0000
21	20		3.0000		1.0000
21	20		3.0000		1.0000
22	21	0.0000	0.0100		
44	31	0.2792	0.3960	0.0062	
44	32	0.3139	0.4453	0.0070	
33	15		0.4185		0.9090
33	15		1.0010		0.9110
33	15		1.0610		0.9090
32	33	0.0392	0.0929	0.0017	
35	17		1.0427		1.0480
35	18		3.0000		1.0000
35	19		3.0000		1.0000
33	35	0.1037	0.2634	0.0042	
34	35	0.1051	0.1547	0.0022	
36	31	0.0426	0.0604	0.0009	
37	35	0.0475	0.0765	0.0009	
42	38	0.0130	0.0466	0.0125	
38	39	0.0055	0.0104	0.0002	
41	23		1.1067		1.0040
41	24		0.6192		0.9980
41	24		0.6688		0.9980
41	24		0.5353		1.0040
41	39	0.0289	0.0545	0.0010	
40	41	0.0154	0.0394	0.0006	
42	22		0.6568		0.9570
42	22		0.8436		0.9570
36	42	0.1082	0.1558	0.0024	
37	42	0.0475	0.0765	0.0009	
43	25		1.0627		0.9750
43	42	0.0450	0.1085	0.0019	
43	42	0.0450	0.1085	0.0019	
44	13		1.0907		0.9800
44	14		0.6736		0.9870
45	29		1.1360		0.9980
45	29		1.0347		0.9980

Tabela B.6: Dados de Linhas para o Sistema Sul-Sudeste Brasileiro

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	<i>r[pu]</i>	<i>x[pu]</i>	<i>b[pu]</i>	<i>a</i>
44	46	0.1538	0.2215	0.0034	
45	46	0.0126	0.0275	0.0004	
47	55	0.0057	0.1663		0.9560
48	56	0.0059	0.1494		0.9560
50	1		1.1333		0.9800
50	1		1.1253		0.9800
50	2		1.0480		1.0000
50	2		1.0640		1.0000
50	2		0.6136		1.0000
51	3		1.0400		1.0000
51	4		0.6680		1.0000
52	9		0.6536		0.9980
53	5		0.6568		0.9980
53	6		0.6496		0.9980
53	6		0.6552		0.9980
49	53	0.0015	0.0012	0.0000	
50	53	0.1252	0.1843	0.0027	
53	51	0.2465	0.2079	0.0026	
54	55	0.0028	-0.0191		1.0040
54	56	0.0027	-0.0158		1.0040
52	54	0.2881	0.2381	0.0031	
53	54	0.0427	0.1031	0.0018	
53	54	0.0427	0.1031	0.0018	
74	65		0.7870		0.9330
74	66		0.3775		0.9330
74	67		0.3850		0.9330
75	68		2.0120		1.0000
75	69		1.4300		1.0250
75	70		1.4250		1.0250
76	71		1.0907		0.9330
74	76	0.0196	0.0702	0.0012	
75	76	0.2187	0.4197	0.0075	
80	82	0.0373	0.0546	0.0008	
81	82	0.0193	0.0462	0.0008	
87	90	0.0304	0.0836	0.0016	
88	90	0.0414	0.1132	0.0022	
88	90	0.0414	0.1132	0.0022	

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	$r[pu]$	$x[pu]$	$b[pu]$	a
89	90	0.0139	0.0204	0.0003	
89	90	0.0139	0.0204	0.0003	
92	94	0.0066	0.1111		1.0000
93	94	0.0049	-0.0056		0.9620
97	98	0.0004	0.0010	0.0000	
97	98	0.0004	0.0010	0.0000	
99	100	0.0060	0.2247		1.0000
101	100	0.0037	-0.0097		0.9830
109	113	0.0003	0.0432		1.0000
110	113	0.0003	0.0434		1.0000
111	114	0.0003	0.0436		1.0000
112	114	0.0003	0.0436		1.0000
119	10		0.5915		0.9620
119	10		0.5941		0.9620
120	28		0.5915		0.9750
121	7		0.5971		0.9990
121	8		0.4085		0.9880
123	57		0.4200		0.9790
123	58		0.4305		0.9980
124	59		0.5884		1.0000
124	60		0.5954		0.9980
125	61		0.4205		1.0020
125	62		0.4190		1.0080
124	125	0.0351	0.0546	0.0112	
126	63		0.4796		1.0080
126	64		0.4772		0.9950
127	121	0.0459	0.1813	0.0459	
122	127	0.0013	0.0048	0.0012	
143	128	0.0269	0.1181	0.0274	
123	128	0.0003	0.0008	0.0002	
131	125	0.0047	0.0171	0.0863	
132	126	0.0008	0.0030	0.0296	
133	72		0.4260		0.9910
133	73		0.5224		1.0100
133	76	0.0145	0.2942		1.0460
133	76	0.0145	0.2961		1.0460
133	76	0.0148	0.3023		1.0460

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	<i>r[pu]</i>	<i>x[pu]</i>	<i>b[pu]</i>	<i>a</i>
133	127	0.0090	0.0323	0.0082	
133	128	0.0246	0.1048	0.0250	
134	77		0.6016		1.0140
136	78		0.3482		1.0000
136	79		0.3482		1.0000
136	82	0.0117	0.3312		0.9650
136	82	0.0094	0.1697		0.9650
129	136	0.0979	0.2420	0.0654	
130	136	0.1899	0.4267	0.1119	
136	135	0.0278	0.1129	0.0306	
131	137	0.0130	0.0466	0.0125	
132	137	0.0130	0.0466	0.0125	
133	137	0.0058	0.0237	0.0065	
133	137	0.0058	0.0237	0.0065	
134	137	0.0045	0.0121	0.0029	
137	135	0.0450	0.1828	0.0497	
136	137	0.0660	0.2683	0.0728	
138	11		0.5951		0.9740
142	98	0.0099	0.3155		0.9980
142	98	0.0102	0.3210		0.9980
142	98	0.0062	0.1875		0.9980
143	142	0.0461	0.1872	0.0509	
142	138	0.0452	0.1791	0.0488	
139	142	0.0604	0.1492	0.0403	
139	142	0.0604	0.1492	0.0403	
140	142	0.0051	0.0128	0.0034	
140	142	0.0051	0.0128	0.0034	
141	142	0.0269	0.0691	0.0172	
143	55	0.0032	0.1825		0.9580
143	56	0.0032	0.1817		0.9580
143	144	0.0081	0.0261	0.0068	
143	138	0.0176	0.0613	0.0169	
143	121	0.0157	0.0566	0.0144	
144	12		0.6046		0.9770
145	41		0.3136		0.9460
145	41		0.3120		0.9460
145	41		0.3024		0.9460

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	$r[pu]$	$x[pu]$	$b[pu]$	a
145	119	0.0275	0.0739	0.0168	
146	43		0.1080		1.0240
146	43		0.0994		1.0240
146	26		0.4250		1.0160
146	27		0.4105		1.0160
147	30		0.4220		0.9880
147	46		0.3116		0.9740
147	46		0.3280		0.9740
147	120	0.0163	0.0578	0.0152	
148	143	0.0406	0.1049	0.0258	
148	144	0.0290	0.0801	0.0214	
145	148	0.0200	0.0635	0.0178	
145	148	0.0200	0.0635	0.0178	
146	148	0.0008	0.0028	0.0008	
146	148	0.0008	0.0028	0.0008	
147	148	0.0327	0.1146	0.0908	
149	83		0.2870		1.0200
149	84		0.2870		1.0200
136	149	0.0082	0.1183		1.0200
136	149	0.0084	0.1183		1.0200
150	90	0.0029	0.1201		0.9590
150	90	0.0029	0.1201		0.9590
150	90	0.0096	0.5034		0.9590
150	90	0.0092	0.5030		0.9590
165	150	0.0090	0.0464	0.0798	
165	150	0.0094	0.0484	0.0835	
151	91	0.0029	0.1200		1.0580
151	91	0.0029	0.1200		1.0580
153	150	0.0385	0.1994	0.3432	
151	153	0.0337	0.1250	0.2284	
153	152	0.0122	0.0618	0.1098	
154	94	0.0020	0.0460		1.0000
154	95	0.0020	0.0926		1.0250
154	96	0.0020	0.0919		1.0250
152	154	0.0374	0.1899	0.3375	
153	154	0.0460	0.2377	0.4094	
155	100	0.0014	0.1451		0.9480

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	<i>r</i> [pu]	<i>x</i> [pu]	<i>b</i> [pu]	<i>a</i>
101	155	0.0081	0.1254		0.9830
101	155	0.0051	0.1238		0.9830
101	155	0.0051	0.1212		0.9830
154	155	0.0150	0.0778	0.1339	
154	155	0.0150	0.0778	0.1340	
156	155	0.0151	0.0773	0.1357	
108	158	0.0080	0.1232		1.0000
108	158	0.0057	0.1236		1.0000
159	102		0.0696		1.0250
159	103		0.0696		1.0250
159	104		0.0696		1.0250
159	105		0.0696		1.0250
159	106		0.0696		1.0250
159	107		0.0696		1.0250
159	155	0.0307	0.1588	0.2738	
159	156	0.0163	0.0834	0.1464	
157	159	0.0343	0.1778	0.3055	
157	159	0.0343	0.1777	0.3061	
160	161	0.0246	0.1265	0.2171	
160	159	0.0304	0.1572	0.2709	
160	159	0.0304	0.1574	0.2712	
158	161	0.0091	0.0471	0.0808	
162	161	0.0221	0.1148	0.1969	
162	164	0.0190	0.0970	0.1703	
162	164	0.0189	0.0978	0.1684	
137	163	0.0111	0.1310		1.0960
137	163	0.0144	0.1181		1.0960
149	163	0.0228	0.1183	0.2031	
142	164	0.0082	0.1266		1.1100
142	164	0.0077	0.1272		1.0760
142	164	0.0076	0.1264		1.0760
142	164	0.0096	0.1259		1.0760
165	85		0.1780		1.0500
165	86		0.1780		1.0500
149	165	0.0001	0.0007	0.0013	
148	166	0.0056	0.0604		1.0250
148	166	0.0035	0.0628		1.0250

Barras		Linhas/Trafos		Shunt	Tap
<i>from</i>	<i>to</i>	$r[pu]$	$x[pu]$	$b[pu]$	a
148	166	0.0081	0.1262		1.0250
148	166	0.0081	0.1253		1.0250
166	163	0.0253	0.1313	0.2255	
166	164	0.0128	0.0657	0.1152	
166	164	0.0127	0.0657	0.1121	
166	165	0.0374	0.1936	0.3228	
115	167	0.0004	0.0121		1.0060
168	171	0.0015	0.0194	2.3697	
168	167	0.0011	0.0139	1.7034	
169	168	0.0016	0.0201	2.4577	
160	169	0.0003	0.0121		1.0020
170	116		0.0420		1.0240
170	117		0.0420		1.0240
170	118		0.0420		1.0240
169	170	0.0005	0.0065	0.8049	
171	170	0.0005	0.0070	0.8575	
171	113	0.0002	0.0110		1.0000
171	114	0.0002	0.0110		1.0000
173	172	0.0024	0.0309	3.7774	
169	173	0.0016	0.0205	2.5017	
174	171	0.0017	0.0217	2.6516	
172	174	0.0032	0.0398	4.8572	
173	174	0.0010	0.0122	1.5046	
162	175	0.0003	0.0117		1.0700
162	175	0.0003	0.0116		1.0700
169	175	0.0022	0.0273	3.3386	
169	175	0.0024	0.0298	3.6337	
166	176	0.0003	0.0115		1.0100
176	175	0.0013	0.0160	1.9590	